

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
FAKULTA TEXTILNÍ
FAKULTA MECHATRONIKY A MEZIOBOROVÝCH INŽENÝRSKÝCH STUDIÍ

Obor : 3106T005 Oděvní technologie
Zaměření: Řízení technologických procesů
Katedra elektrotechniky a elektromechanických systémů

Prediktivní algoritmus pro PLC Tecomat a aplikace v praxi.

The predictive algorithm for PLC Tecomat and application in practice

Jan Kozderka

Vedoucí diplomové práce: Doc. Ing. Pavel Rydlo

Rozsah práce a příloh:

Počet stran: 55

Počet tabulek: 68

Počet obrázků: 23

Počet grafů: -

Počet příloh: 3

ANOTACE

V této diplomové práci je provedena analýza zadaného algoritmu diferenční polynomiální predikce firmy Teco a.s. pro PLC Tecomat, jeho vytvoření a ověření kvality.

První část práce se zabývá metodami predikce a stručné seznámení firmy Teco a.s. V další části je popsán navržený algoritmus diferenční polynomiální predikce.

Prediktivní algoritmus byl ověřen na transcendentních – exponenciálních funkcích, na parabole a na sinu, které byly uvedeny jako zátěžové funkce.

V závěru práce je uveden příklad prediktivního algoritmu na vícehodnotovou logiku v třípolohové regulaci.

SUMMARY

In this diploma work is performed the analysis of defined algorithm of differential polynomial prediction of the Teco a. s. company for the PLC Tecomat, its creation and verification of quality.

The first part deals with the methods of prediction and introduces shortly the Teco a. s. firm. The next part describes draft of the algorithm of differential polynomial prediction. The predictive algorithm

was verified on transcendental – exponential functions, on a parabola and a sine which were used as load functions.

In the end of this work is given an example of a predictive algorithm on multivalued logic in the triple-position regulation.

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č.121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo) a § 35 (o nevýdělečném užití díla k vnitřní potřebě školy).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé práce a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mé práce (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užit své diplomové práce či poskytnout licenci k jejímu využití mohou jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, vynaložených univerzitou na vytvoření díla.(až do jejich skutečné výše).

V Liberci dne 17.5.2004

Podpis :

„Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury.“

V Liberci, dne 17.5 2002

.....

Jan Kozderka

Poděkování:

Touto cestou bych rád poděkoval Doc.Ing. Pavlu Rydlovi, za podnětné rady a připomínky při vedení této diplomové práce a Ing. Ladislavu Šmejkalovi, CSc. Nejvíce bych chtěl poděkovat rodičům za psychickou a finanční podporu během studií.

Seznam použitých symbolů a zkratk:

<i>Aj.</i>	- a jiné
<i>AND</i>	- Logický součin
<i>Apod.</i>	- a podobně
<i>Atd.</i>	- a tak dále
<i>Atecedent</i>	- podmínka
<i>CPU</i>	- Central Processing Unit – ústřední jednotka počítače mikroprocesor
<i>Č.</i>	- číslo
<i>EPSNET</i>	- Průmyslová síť
<i>Konsekvent</i>	- důsledek
<i>Např.</i>	- například
<i>Obr.</i>	- obrázek
<i>OR</i>	- Logický součet inkusivní
<i>PA</i>	- Programovatelné automaty
<i>PLC</i>	- Programmable Logic Control/Controller- programovatelné logické řízení/jednotka
<i>Tab.</i>	- tabulka
<i>TECOMAT</i>	- Ochranná známka firmy TECO
<i>Tj.</i>	- to je
<i>Tzv.</i>	- takzvané
Σ	- suma, součet

Obsah

1. Úvod	8
2. Motivace	9
2.1. POROVNÁNÍ METOD PREDIKCE	9
3. Programovatelné automaty a programovatelné produkty Teco	12
4. Algoritmus diferenční polynomiální predikce	14
4.1 UKÁZKOVÝ PŘÍKLAD	14
4.2 OBECNÝ PŘÍPAD	15
4.3 ALGORITMUS ADAPTACE	20
4.4 ALGORITMUS PREDIKCE	21
5. Výsledky – ověření	23
6. Možné aplikace prediktivního algoritmu	45
6.1 VŠEOBECNĚ	45
6.2 PRAVIDLOVÝ PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR VE VÍCEHODNOTOVÉ LOGICE	45
6.3 PRAVIDLOVÝ PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR VE FUZZY LOGICE	50
6.4 TECHNICKÁ DIAGNOSTIKA A ROZHODOVÁNÍ	51
6.5 ROZPOZNÁNÍ TVARU A TRENDŮ	51
6.6 ŠUMY A FILTRACE	52
7. Poznámky k programu PLC	52
8. Závěr	54
9. Seznam použité literatury:	55

1.Úvod

Základním cílem mé diplomové práce bylo vytvořit a ověřit *algoritmus diferenční polynomiální predikce*, ověřit jeho vlastnosti a napsat jeho program pro PLC Tecomat. Jeho základní ideu mi předal zadavatel a konzultant diplomové práce, Ing. Ladislav Šmejkal, CSc. z firmy Teco a.s.

Ke skutečné realizaci a programu PLC ale bylo třeba „urazit ještě poměrně dlouhou cestu“. Podle dostupných informací se jedná o zcela originální řešení, které se od tradičně publikovaných metod predikce liší především nesrovnatelně nižšími nároky na výpočetní výkon a lze jej tedy realizovat i na PLC Tecomat a Tecoreg nejnižší kategorie (řady TC400 a TC500). V aplikacích současných PLC se prediktivní algoritmy téměř neuplatňují (v důsledku již zmiňované numerické neznalosti tradičních metod, ale i pro neznalost programátorů a uživatelů), ale jsou velmi slibní a perspektivní v oborech automatického řízení a technické diagnostiky. Mohou se stát základem nových inteligentních algoritmů.

2. Motivace

2.1. Porovnání metod predikce

Predikce nepatří mezi metody, které by byly často využívány v aplikacích programovatelných automatů. Přesto může být znalost pravděpodobné hodnoty sledované veličiny v některém z příštích výpočetních kroků užitečná, např. při řešení úloh technické diagnostiky, rozhodování nebo při návrhu netradičních regulačních algoritmů.

I přes značné úsilí se mi nepodařilo sehnat publikaci, která by souhrnně pojednávala o obvyklých metodách a algoritmech predikce. Z izolovaných informací, roztroušených v různých zdrojích lze shrnout, že metody predikce lze rozdělit do několika základních skupin:

- *extrapolace, vycházející z metod interpolace a aproximace funkcí :*

V základních učebnicích matematiky, numerických metod a v příručkách (např. [1], [2]) jsou popsány různé metody interpolace a aproximace funkcí.

Podle nich je ze souboru změřených, či jinak zadaných hodnot, stanovena funkce, která přibližně nahrazuje zadanou funkční závislost. Výsledkem je obvykle polynomiální funkce (mnohočlen), jejíž graf při interpolaci prochází zadanými body, při aproximaci se jím jen blíží podle některého zadaného kritéria (např. nejmenších čtverců). Výsledná funkce, která nahrazuje zadanou ideální závislost je nejčastěji využívána k náhradě ideální funkce uvnitř intervalu mezi krajními polohami zadaného souborů bodů. Postup lze modifikovat i pro extrapolaci, tedy odhad hodnot vně intervalu interpolace. Predikci lze považovat za zvláštní případ extrapolace pro funkci závislou na čase.

- *na základě vytvořeného modelu :*

Pokud se podaří vytvořit dostatečně věrný model procesu, jehož časový průběh je třeba předpovídat, pak model lze využít jako prediktor. Modelem může být např. schéma řízené soustavy v prostředí Matlab/Simulink, matematický vztah, přenosová funkce v Laplaceově či Z transformaci, soustava diferenciálních či diferenčních rovnic, pravidlový systém, ale i program PLC.

Model, jako prediktor, bývá nejčastěji využíván v režimu „off line“ pro simulační experimenty, např. při ověřování chování modelovaného procesu nebo při výuce a testování způsobilosti obsluhujícího personálu (operátorů) na trenažérech (jehož součástí je model). Na zadaný vstupní podnět je modelem vypočítávána odezva ve zrychleném časovém měřítku modelu (modelovém čase) a lze předpokládat, že podobnou odezvu (v reálném čase) by vykazala i skutečná soustava.

Model ovšem může být přímo spojen s fyzickou soustavou (se svým vzorem). Může tak z průběhu hodnot vstupních proměnných (posloupnosti měřených a digitalizovaných hodnot) předpovídat její pravděpodobný budoucí vývoj a hodnoty sledovaných veličin výstupních, vnitřních nebo diagnostických - předpokládanou odezvu soustavy, opět ve zrychleném modelovém čase. Proces predikce na základě modelu může ale probíhat i bez účasti člověka, obvykle v případech, kdy je model nedílnou součástí regulačního či diagnostického algoritmu (např. regulátory s vnitřním modelem).

Kvalita predikce je ovšem závislá na kvalitě a úplnosti modelu a na přesnosti stanovení jeho parametrů. To může být problémem zejména u komplikovaných soustav (nelineárních, s více vstupy a se složitými vnitřními vazbami) a u soustav časově proměnných nebo v případě, kdy nelze získat potřebná data o chování soustavy. Nelze provádět identifikační experimenty a nebo je samotné získávání údajů obtížné. Problémy vznikají i při působení poruchových veličin, pokud nejsou měřené a zahrnuté do modelu.

➤ *s využitím statistických metod :*

Mnoho predikčních metod interpretuje soustavu jako náhodný proces a jeho budoucí vývoj předpovídá na základě znalosti jeho statistických charakteristik s využitím různých statistických metod. Statistické metody se často používají jako součást jiných metod, především k předzpracování vstupních údajů (filtraci, vyloučení extrémních a nevěrohodných hodnot).

➤ *s využitím regresní analýzy :*

Z předchozích principů vycházejí i různé metody regresní analýzy (lineární i nelineární). Jejich cílem je opět nalezení analytického vztahu (vzorce) pro popis funkční

závislosti. V hledané funkční závislosti se obvykle rozlišuje více složek, např. konstantní složka, složky s různými trendy (lineární, kvadratický, exponenciální a atd.)

➤ *neuronové sítě:*

Umělé neuronové sítě patří mezi často používané techniky umělé inteligence. Rozšířeným oborem jejich aplikací je predikce a to zejména v situacích, kdy není známa podstata a mechanismy fungování sledovaného procesu. K dispozici není dostatek dat a nebo je obtížné je získat. Vstupem predikční neuronové sítě může být aktuální hodnota predikované veličiny, častěji i s posloupností určitého počtu svých minulých vzorků - zpožďovací linky. Pro každý predikční krok mívá neuronová síť zvláštní výstup. Aby mohla neuronová síť fungovat, je nutné ji nejprve natrénovat vhodným způsobem na vhodných vzorcích dat

➤ *lineární diferenční predikce:*

Často je používána metoda predikce, která předpovídá hodnotu v budoucím kroku jako lineární extrapolaci kroku současného a minulého (první difference). Jedná se o jednoduchou linearizaci sledované závislosti a prodloužení dosavadního vývoje po přímce, která spojuje poslední dva měřené body (po sečně grafu ideální funkční závislosti). Lze zvolit komplikovanější metodu, kdy je z delší posloupnosti měřených vzorků spočtena hodnota přibližné derivace (např. v [1]), která je použita k lineární extrapolaci (po tečně). Především se jedná o realizace filtru s konečnou impulsní odezvou (FIR, filtr klouzavých průměrů). Podobnou technikou lze potlačit náhodné kolísání hodnot sledované veličiny jako jsou např. šumy.

S výjimkou poslední metody (lineární diferenční predikce), jsou všechny uvedené metody numericky velmi náročné. Taktéž sebou přinášejí i jiné technické problémy jako jsou průběžná identifikace modelu, volba způsobu trénování neuronové sítě a její věrohodnost pro neznámé situace. Jejich použitelnost v aplikacích programovatelných automatů je problematická nebo přímo vyloučená. Z tohoto důvodu může být řešením vzájemná spolupráce mezi PLC a PC, na kterém je aktivován některý z matematických programových produktů jako je např. Matlab/Simulink [14], [15], [16]. Proto se práce zaměřila na realizaci a ověření *algoritmu diferenční polynomiální predikce*, který by měl být matematicky nenáročný. Pro tento účel je využita pouze operace sčítání a odčítání.

3. Programovatelné automaty a programovatelné produkty Teco

Programovatelné automaty (PA) jsou známy také pod obecně přijímanou zkratkou PLC (Programmable Logic Controller – programovatelné logické řídicí jednotky).

Produkty PLC TECOMAT jsou vyráběny ve třech odlišných provedeních. Kompaktní provedení (TC500, TC600), modulární provedení (NS950) a mikro provedení (TC400).

Podrobnosti o programovatelných automatech z produkce Teco a.s. Kolín a veškerá dokumentace k nim jsou uvedeny v [12] a [13]. Provedení a programové možnosti řadí systémy Tecomat a Tecoreg mezi dobrý standard světových PLC.

Za nadstandardní v programovacích možnostech lze považovat zejména:

- *soubor aritmetických instrukcí v pevné i pohyblivé řádové čárce* (kromě základních výpočetních operací i instrukce pro odmocniny a mocniny s obecným exponentem, exponenciální a logaritmické funkce, trigonometrické funkce a k nim inverzní a další),
- *instrukce pro práci s tabulkami a datovými strukturami,*
- *prostředky pro vytváření zásobníkových struktur a záznamníků dat a událostí s časovými značkami.* Mohou tak realizovat téměř libovolné diskrétní číslicové systémy (např. obecné regulátory, číslicové filtry, prediktory, modely spojitých soustav a jejich adaptací, statistické operace,
- *instrukce regulátoru PID a nově i regulátoru PID s momentovým autotunerem* (pouze pro TC700),
- *uživatelská instrukce pro výpočet střední kvadratické odchylky,*
- *uživatelské instrukce, podprogramy a komponenta pro fuzzy logiku a prázdné jádro fuzzy regulátoru*
- *uživatelské instrukce interpolaci tabelárně zadaných funkcí jedné a dvou proměnných,*
- *aparát tabulkových instrukcí lze využít k realizaci konečných automatů, Petriho sítí a Markovových řetězců, ale i k realizaci logických funkcí ve vícehodnotové a fuzzy logice a k fuzzy zobecnění sekvenčních strojů, k učení a rozpoznávání apod.* S nimi lze velmi efektivně tvořit chytré algoritmy,

- lze realizovat i *neuronové síť*.

Významnou částí jsou i komunikační možnosti programovatelných automatů Tecomat a regulátorů Tecoreg. Kromě začleňování systémů do různých struktur distribuovaných systémů, do informačních a řídicích podnikových systémů, lze k systémům snadno připojovat různé typy přístrojů a průmyslových sběrnic se senzory, akčními členy a jinými systémy. Významná je možnost spojení a spolupráce systémů Teco s jinými programovými produkty na PC nebo na síti PC. Toto je usnadněno dostupností rozhraní sítě Ethernet.

. Pro realizaci inteligentních systémů je především přínos i možnost propojení a spolupráce mezi PLC Teco, jeho vývojovými systémy Mosaic a Merkur a vizualizačním systémem Reliance ([14], [15], [16]).

K programování systémů Tecomat a Tecoreg je určen vývojový systém Mosaic a nebo grafický systém Mercur. Oba tyto systémy jsou uživatelsky přívětivé a poskytují uživateli značný komfort nejenom při samotné tvorbě uživatelských programů pro PLC, ale i při jejich ladění, dokumentování a úpravách. Dále při diagnostice řízených procesů jako jsou např. nástroje PIDMaker, GraphMaker a PanelMaker. Ojedinělou a důležitou vlastností je možnost pracovat s „virtuálním PLC“ a program PLC ladit na počítači bez přítomnosti skutečného programovatelného automatu. Vývojový systém Mosaic nabízí, kromě tradičních jazyků pro PLC Teco, i jazyk ST (Structured Text), který plně vyhovuje požadavkům mezinárodního standardu IEC 611 31-3.

K vytváření počítačových operátorských pracovišť je určen vizualizační systém Reliance 3. Systémy Teco mohou komunikovat i s ostatními významnými vizualizačními systémy (SCADA), které jsou dostupné na českém trhu. Podrobnosti a programové produkty jsou dostupné v uvedené literatuře [12], [13]

Především inteligenci a uživatelský komfort nabízejí moderní vývojové systémy. Některé z nich obsahují výkonné nástroje pro podporu regulačních algoritmů, seřizování a kontrolu regulátorů a pro simulaci řízených soustav. Dále například pro realizaci funkcí komfortního osciloskopu, logického a signálového analyzátoru nebo pro návrh fuzzy regulátorů a fuzzy řadičů

4. Algoritmus diferenční polynomiální predikce

4.1 Ukázkový příklad

Algoritmus diferenční polynomiální predikce lze považovat za zobecnění algoritmu - *lineární diferenční predikce*, který byl uveden jako poslední v kap. 2.

V každém predikčním kroku je z hodnoty difference nejvyššího řádu spočtena hodnota difference o řád nižší, z ní opět hodnota o řád nižší, atd, až z druhé difference je spočtena první difference, a až je z první difference vypočtena predikovaná hodnota zpracovávané veličiny. Před podrobným výkladem uvedeme jednoduchý ilustrativní příklad.

V učebnicích programování (obvykle v jazyku assembler jednoduchého mikrořadiče) bývá uváděn numericky nenáročný algoritmus pro výpočet hodnot druhé mocniny, $y(k) = k^2$, která je vyčíslována jako posloupnost částečných součtů řady lichých čísel:

Tab.1. Výpočet druhé mocniny.

$$\begin{aligned}y(0) &= 0 \\y(1) &= y(0) + 1 = 1 \\y(2) &= y(1) + 3 = 4 \\y(3) &= y(2) + 5 = 9 \\y(4) &= y(3) + 7 = 16 \\y(5) &= y(4) + 9 = 25 \\y(6) &= y(5) + 11 = 36 \\&\dots\dots\dots\end{aligned}$$

Z tabulky 1 je patrné, že postup lze použít nejenom od nulové hodnoty, ale od libovolné, např. od (-7, 49). Pro funkci $y(k) = k^2$ totiž platí, že :

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k - 1) = 2k - 1 \quad (1)$$

$$\Delta^2 y(k) = \Delta y(k) - \Delta y(k - 1) = 2 \quad (2)$$

Pro obecnou kvadratickou funkci :

$$y(k) = pk^2 + qk + r \quad (3)$$

je její první difference lineární funkcí :

$$\Delta y(k) = 2pk - p + q \quad (4)$$

a druhá difference je konstantní :

$$\Delta^2 y(k) = 2p \quad (5)$$

(třetí a vyšší difference jsou nulové). Tuto zákonitost lze zobecnit pro jakékoliv funkce, typu polynomu (polynomiální funkce). Například pro polynom třetího řádu je jeho první difference kvadratickou funkcí, druhá je lineární, třetí je konstantní čtvrtá a vyšší jsou nulové.

4.2 Obecný případ

Předpokládejme nejprve, že fyzikální veličina y je polynomiální funkcí spojitého času t :

$$y(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + a_{n-2} t^{n-2} + \dots + a_2 t^2 + a_1 t^1 + a_0 \quad (6)$$

Dále předpokládejme, že hodnoty veličiny budeme měřit v diskrétních časových okamžicích $t = k\Delta t$ s ekvidistantním intervalem $\Delta t = T$, kde $k = 0, 1, 2, \dots$ je pořadové číslo (index) vzorku hodnoty y - diskrétní čas. Dosazením do definičního polynomu získáme obdobný polynom pro diskrétní proměnnou k (diskrétní čas) - stejného řádu, ovšem s jinými koeficienty:

$$y(k) = b_n k^n + b_{n-1} k^{n-1} + b_{n-2} k^{n-2} + \dots + b_2 k^2 + b_1 k^1 + b_0 \quad (7)$$

Jeho první a postupně vyšší difference budou polynomy s postupně klesajícím řádem:

$$\Delta y(k) = c_{n-1} k^{n-1} + c_{n-2} k^{n-2} + \dots + c_2 k^2 + c_1 k^1 + c_0 \quad (8)$$

$$\Delta^2 y(k) = d_{n-2} k^{n-2} + \dots + d_2 k^2 + d_1 k^1 + d_0$$

.....

$$\Delta^{n-2}y(k) = pk^2 + qk^1 + r$$

$$\Delta^{n-1}y(k) = 2pk - p + q$$

$$\Delta^n y(k) = 2p$$

$$\Delta^{n+1}y(k) = 0$$

$$\Delta^{n+2}y(k) = 0$$

$$\Delta^{n+3}y(k) = 0$$

.....

Pro difference platí vztahy:

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \tag{9}$$

$$\Delta^2 y(k) = \Delta y(k) - \Delta y(k-1)$$

$$\Delta^3 y(k) = \Delta^2 y(k) - \Delta^2 y(k-1)$$

$$\Delta^4 y(k) = \Delta^3 y(k) - \Delta^3 y(k-1)$$

.....

$$\Delta^n y(k) = \Delta^{n-1}y(k) - \Delta^{n-1}y(k-1)$$

Vztahy lze dále upravit tak, aby obsahovaly se v nich vyskytovaly pouze hodnoty vzorků veličiny y různého stáří:

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \tag{10}$$

$$\Delta^2 y(k) = \Delta y(k) - \Delta y(k-1) = y(k) - 2y(k-1) + y(k-2)$$

$$\Delta^3 y(k) = \Delta^2 y(k) - \Delta^2 y(k-1) = y(k) - 3y(k-1) + 3y(k-2) - y(k-3)$$

$$\Delta^4 y(k) = \Delta^3 y(k) - \Delta^3 y(k-1) = y(k) - 4y(k-1) + 6y(k-2) - 4y(k-3) + y(k-4)$$

.....

Koeficienty jsou binomickými čísly, podobně jako při rozvoji mocniny dvojčlenu $(a - 1)^2$
Opačně platí:

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ \Delta^3 y(k) &= \Delta^4 y(k) + \Delta^3 y(k-1) & (11) \\ \Delta^2 y(k) &= \Delta^3 y(k) + \Delta^2 y(k-1) \\ \Delta y(k) &= \Delta^2 y(k) + \Delta y(k-1) \\ y(k) &= \Delta y(k) + y(k-1) \end{aligned}$$

Pokud budou známy počáteční podmínky, t.j. posledně spočtená hodnota y a všechny nenulové difference z kroku $k - 1$, lze vztahy (11) považovat přímo za popis prediktivního algoritmu pro výpočet hodnot předpovídaných pro časovou úroveň k . Výsledky predikované pro krok k jsou výchozími hodnotami pro druhý predikční krok, ... atd. Nutné je dodržet pořadí uvedené ve vztazích (11) - začít od nejvyšší nenulové- (konstantní) difference a postupovat směrem k nižším, až k predikované hodnotě proměnné y . Pokud použijeme všechny nenulové difference (žádnou nezanedbáme) a nedochází k zaokrouhlovacím chybám, paté se predikované hodnoty přesně shodují s hodnotami ideální vypočítané polynomiální funkce.

Pro technickou praxi jsou důležité i různé transcendentní funkce, které nejsou polynomiální a to zejména sinus, cosinus, exponenciální funkce, jejich kombinace, součiny a konvoluce. Odezvy soustav různých řádů na skokové změny nebo na rušivé impulsy. Pro trigonometrické a exponenciální funkce jsou v matematické literatuře publikovány standardní mocninné řady (např. v [1],[2]), které vycházejí z Taylorova či McLaurantova rozvoje odpovídající funkce. Pro přehled si zopakujeme vzorce pro standardní mocninné řady zde použitých funkcí ([1],[2]):

$$e^x = 1 + x/1! + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \dots + x^n/n! + \dots \quad (12)$$

$$\sin x = x/1! - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + \dots + (-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)! \pm \dots \quad (13)$$

$$\cos x = 1 - x^2/2! + x^4/4! - x^6/6! + \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)! \pm \dots \quad (14)$$

Řady jsou teoreticky nekonečné, ale pro praktické výpočty je třeba vždy použít jen konečný počet členů, nutných k zajištění požadované přesnosti výpočtů. Pracujeme tedy opět s polynomy, kterými jsou tyto funkce nahrazovány. V profesionálních programových produktech jsou obvykle používány jiné typy polynomů, které zajišťují rychlejší konvergenci. Pro stejnou přesnost postačuje menší počet členů polynomu a myslí se tím nižší řád, např. Čebyševovy polynomy.

Podle vztahů (9) a (10) lze vypočítávat difference i pro transcendentní funkce. Teoreticky bychom měli takto pokračovat donekonečna, protože existuje nekonečně mnoho nenulových diferencí. Při náhradě transcendentní funkce mocninnou řadou s konečným počtem členů polynomu řádu n , bude difference řádu $n + 1$ nulová a difference řádu n bude konstantní. Takto lze postupovat i v opačném směru. Podle vztahů (9) a (10) vypočteme difference až do řádu. Diferenci řádu $n + 1$ a vyšší diferencí již budeme ignorovat a považovat za nulové. Vypočtené difference poté lze považovat za difference získané z „nějakého“ polynomu řádu n , který nahrazuje ideální funkci. Na základě intuitivního názoru lze tvrdit, že pokud je hodnota zanedbávaných diferencí (stupně n a vyšších) „dostatečně malá“, bude i náhrada ideální funkce polynomem generovaným, myslí se predikovaným z vypočítaných diferencí podle vztahů (11) „dostatečně kvalitní“ pro „odpovídající počet kroků“ generování (predikce).

Hodnotu první zanedbávané difference lze považovat za „měřítko kvality“ náhrady funkce polynomem a tedy i kvality predikce. Vhodnějším měřítkem kvality je poměr hodnoty zanedbávané difference k měřené hodnotě nebo k diferencím nižších řádů. Směrodatným kritériem kvality je ovšem až výsledek porovnání generovaných hodnot s ideálními. To je po každém kroku generování.

Takto stejně lze postupovat i při zpracování časové řady hodnot, které jsou měřeny v ekvidistantních krocích $\Delta t = T$ na reálné soustavě se spojitým výstupem (např. teplota topného či chladicího média, teplota v místnosti, venkovní teplota, natočení ventilu, výška hladiny, tlak, poloha). Postupným vyhodnocením současného vzorku (časové úrovně k) a posloupnosti n minulých (až do „stáří“ $k - n$) lze podle vztahů (9) nebo (10) postupně vypočítávat difference až do řádu n .

Tento proces lze považovat za nalezení diferencí polynomu. jehož funkční hodnoty procházejí vyhodnocovanými body a nahrazují v nich vyhodnocovaný úsek průběhu

měřené veličiny - tedy za adaptaci prediktoru na minulý vývoj vyhodnocované soustavy. Je vhodné učinit ještě jeden krok a spočítat diferenci stupně $n + 1$. Ta již ale bude ignorována a „prohlášena za nulovou“.

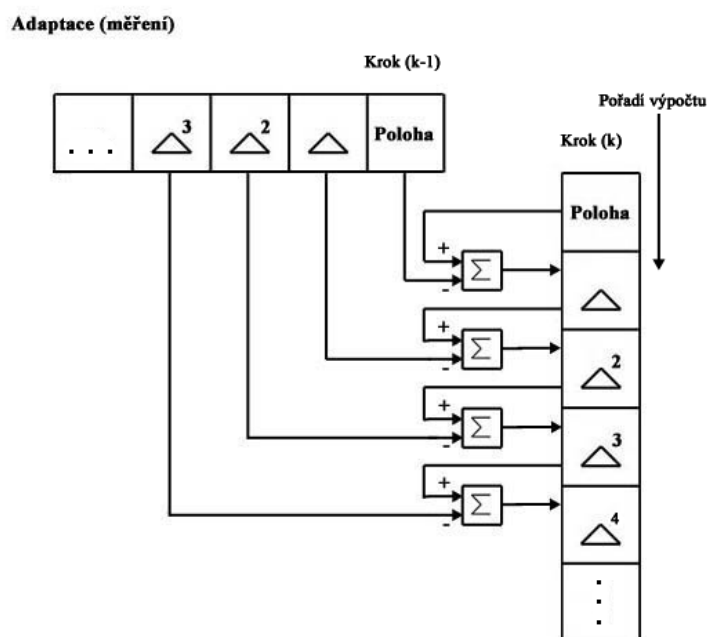
Vztahy (9) i (10) jsou principiálně ekvivalentní. Z hlediska realizace je ale výhodnější vycházet ze vztahů (9), protože používají jen operace odčítání. Lze tedy počítat i s čísly ve formátu s pevnou řádovou čárkou. Většinou v rozsahu 16 bitů. Ze stejného důvodu jsou pro predikci vhodné vztahy (11).

Vztahy (10) nám dovolují si uvědomit podstatu procesu adaptace. Především, že algoritmus výpočtu každé z diferencí lze chápat jako diskrétní číslicový systém s konečnou impulsní odezvou (FIR - Finite Impulse response). Např. jako filtr klouzavých průměrů, jehož koeficienty jsou binomická čísla. Postup je názornější, ale vyžaduje operace násobení a pravděpodobně bude nutné zpracovávat operandy ve formátu s plovoucí řádovou čárkou. Ze stejného důvodu jsme se ani nezabývali úpravou vztahů pro predikci (11) do formy obdobné vztahům (10) pro přímé vyčíslení algoritmu FIR (kterým proces predikce také je).

Jedním z cílů diplomové práce bylo ověřit vhodnost algoritmu pro predikování časových průběhů veličin, které se vyskytují v průmyslové praxi. Z časových důvodů a pro nedostupnost fyzického PLC s reálnou soustavou bylo testování provedeno na úsecích sinusových a exponenciálních průběhů. Byly zvoleny pro intuitivně vnímanou „podobnost“ s obvyklými průběhy z praxe, zejména v tepelné technice budov. Z těchto důvodů nebyla provedena hlubší matematická analýza pro tyto vzorové funkce, protože v reálných situacích není známo analytické vyjádření funkční závislosti, která je měřena, adaptovaná a predikována. Zvolené testovací funkce lze z určitého pohledu považovat za „zátěžové testy“ (např. sinusovka v blízkosti vrcholu, rostoucí exponenciála nebo klesající exponenciála v okolí „kolena“). Zjednodušené jsou naopak zanedbáním vlivu šumu a výraznějších zaokrouhlovacích chyb.

4.3 Algoritmus adaptace

Algoritmus adaptace byl popsán ve vztahu (9). Nabízí se možnost pokračovat až do n-tého počtu, dokud není odchylka dostatečně malá nebo vytvořit pevnou délku počtu. Výsledky opravňují k tvrzení, že pevný počet je vyhovující a přímo se nabízí na použití osmiúrovňového zásobníku, které obsahují programovatelné automaty. Zápis programu algoritmu je v příloze.1. Princip je uveden v obr.1.



Obr.1. Adaptace

Zápis pro výpočet adaptace :

$$\Delta_k^1 = p_k - p_{k-1}$$

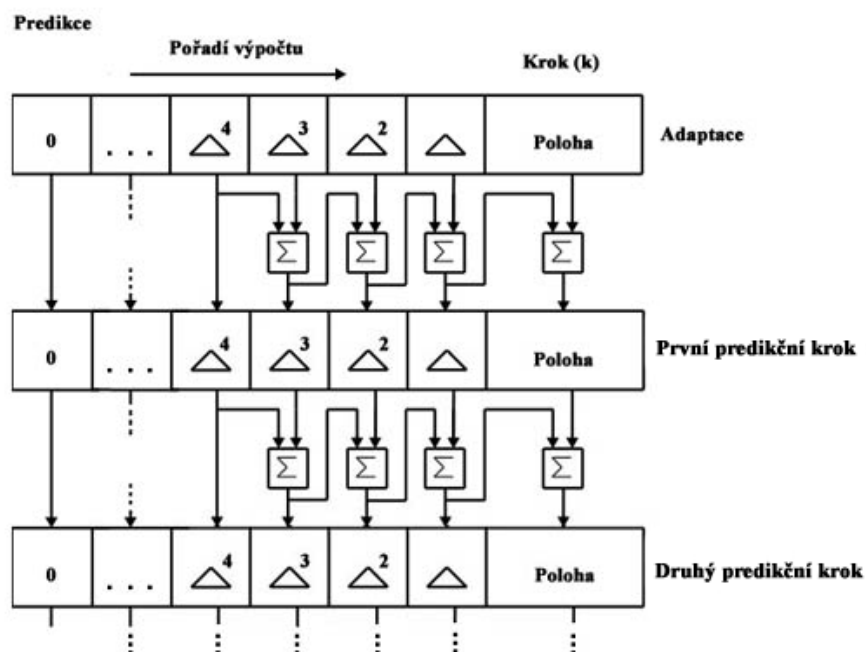
$$\Delta_k^2 = \Delta_k^1 - \Delta_{k-1}^1$$

$$\Delta_k^3 = \Delta_k^2 - \Delta_{k-1}^2$$

$$\Delta_k^4 = \Delta_k^4$$

4.4 Algoritmus predikce

Algoritmus adaptace byl popsán ve vztahu (11). Názorný popis je vidět z obr.1
Zápis programuje v příloze.1.

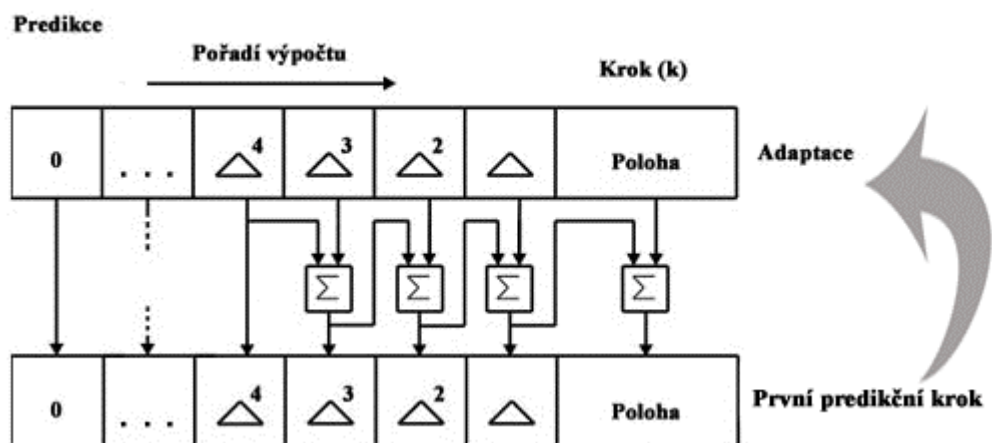


Obr.1 Predikce

Zápis pro výpočet predikce :

$$\begin{aligned}\Delta_{k+1}^3 &= \Delta_k^4 + \Delta_k^3 \\ \Delta_{k+1}^2 &= \Delta_{k+1}^3 + \Delta_k^2 \\ \Delta_{k+1} &= \Delta_{k+1}^2 + \Delta_k \\ pol_{k+1} &= \Delta_{k+1} + pol_k\end{aligned}$$

Při realizaci výpočtu predikce je možné vytvoření cyklického točení dat a zápisu do předem stanovených políček. Takto lze velmi elegantně a úsporně vyřešit prediktivní algoritmus, pouze s jedním záporem a je v nepřehlednosti ve výpočtu predikovaných hodnot.



Obr.2 Cyklické znázornění procesu výpočtu predikčních hodnot

5. Výsledky – ověření

Pro základ ověření byla zvolena zidealizovaná křivka, resp. byly zvoleny tři křivky a to parabola, $\sin(x)$ a transcendentní funkce, nebo-li exponenciála(x), (rostoucí a klesající). Nutno podotknout, že v praxi se setkáváme s funkcemi, které nejsou parabolou, sinusovkou a ani exponenciálou, ale většinou bývají tvarově jiní až podobné, (nebývá ideální průběh). U přenosové funkce např. u prvního řádu - násobeno prvním řádem výsledek odpovídá exponenciále, tzv. konvoluci. Z tohoto je patrné, že se blížíme k příbuznosti s exponenciálou. A proto je odůvodněné, proč základem na ověření průběhů byly zvoleny intuitivně exponenciály a zátěžová křivka sinusovka.

Výsledky vypočítaných hodnot jsou seříděny v tabulkách, které jsou v příloze.3 – tabulky hodnot. Grafické znázornění je na obrázcích v textu z důvodu názorného přehledu a další obr. jsou též v přílohách – „grafy“. Uspokojivých hodnot se dá očekávat až od osmého adaptovaného kroku. Pro ukázkou jsou i dány obr., které začínají od počátku.

Popis grafického znázornění :

- Popis křivek : Adaptovaná křivka (měřená) je značena červeně, predikční kroky v odstupňované barvě modré, přičemž nejtmaší barva je nejvyšší predikční krok. Pro přehlednost jsou v obrázcích popisky.
- Počáteční hodnoty predikčních kroků jsou zvoleny intuitivně při nárůstu nebo poklesu adaptované křivky, při extrému křivky a při přechodu z určité polohy, (kolena).

Popis obr.č. 1.

Název : Parabola (s vrcholem v počátku), $y = x^2$,

Počátek výpočtu predikčních kroků (1.-6.řádu) je vzat z adaptované hodnoty kroku 6. Délka predikčního kroku je 8 kroků. Tabulky s hodnotami jsou uvedeny v příloze. Zde je patrné porovnání adaptačních kroků.(6.-16).

Popis grafu :

Predikční krok je řešen v místě přechodu „kolena“, s vrcholem v počátku. Zde je přechod z druhého do prvního kvadrantu. V nejnižším místě nastává extrém křivky. Adaptovaná křivka přechází ze záporných do kladných hodnot, jak je patrné na ose x.

U predikce 1.řádu vidíme z obr.1 a 2 vyplývající přímkový charakter.Ostatní predikční kroky (2-6.řád) kopírují adaptivní křivku.

Popis obr.č. 3.

Název : Kubická parabola $y = x^3$,

Počátek výpočtu predikčních kroků (1.-6.řádu) je vzat z adaptované hodnoty kroku 6. Délka predikčního kroku je 8 kroků. Tabulky s hodnotami jsou uvedeny v příloze.

Popis grafu :

Adaptovaný 6 krok je základem při výpočtu predikčního kroku. Výpočet predikce je proveden na 8 kroků. Predikční krok je řešen v místě přechodu, kde osa x, y je nulová(protíná se v hodnotě nula). Prediktivní 2.řád se odchyluje od adaptované hodnoty.

Popis obr.č. 4.-8.

Název : Exponenciální funkce $y = 2^x$

Obr.4 - predikce 5.-6.řádu se odchyluje od adaptované hodnoty (krok 4 - počátek adaptační křivky). I zde je ukázka vypočítaných hodnot menších než je 8. adaptační krok. V navazujících grafem jsou vidět přehledné predikční kroky.

Obr.č.6. ukazuje názorně predikce 1.-6.řádu a jejich postupné seřazení od nejnižšího predikčního kroku po nejvyšší predikční krok.(nejvyšší predikční řád se nejvíce blíží k adaptované křivce).

Popis obr. č.9.-12.

Název : Exponenciální funkce $y = e^x$

V této kategorii obrázků jsou vidět přehledné predikční kroky, které jsou postupně seřazeny, opět od nejnižšího predikčního kroku po nejvyšší predikční krok.

Popis obr.č. 13.-15.

Název : Exponenciální funkce $y = e^{-x}$

Na obr.č.13 je poutavý 1.predikční krok, kdy všechny predikce se vzdalují adaptované křivce. I zde je spočítána predikovaná hodnota z nižšího počtu kroku, než je 8.krok.

Důležité zjištění je na obr.č.15, kde se predikce 1.-6.řádu rozdělují mezi adaptační křivku. Predikce 1.-3.-5.řádu se nalézají pod adaptovanou křivkou a predikce 2.-4.-6.řádu se nalézají nad adaptovanou křivkou.

Popis obr.č. 16.-19.

Název : Funkce $y = \sin(x)$

Na obr.č.16 je zajímavé zjištění, že predikce 2.řádu se nalézá nad adaptovanou křivkou a predikce 3.řádu se nalézá pod adaptovanou křivkou.

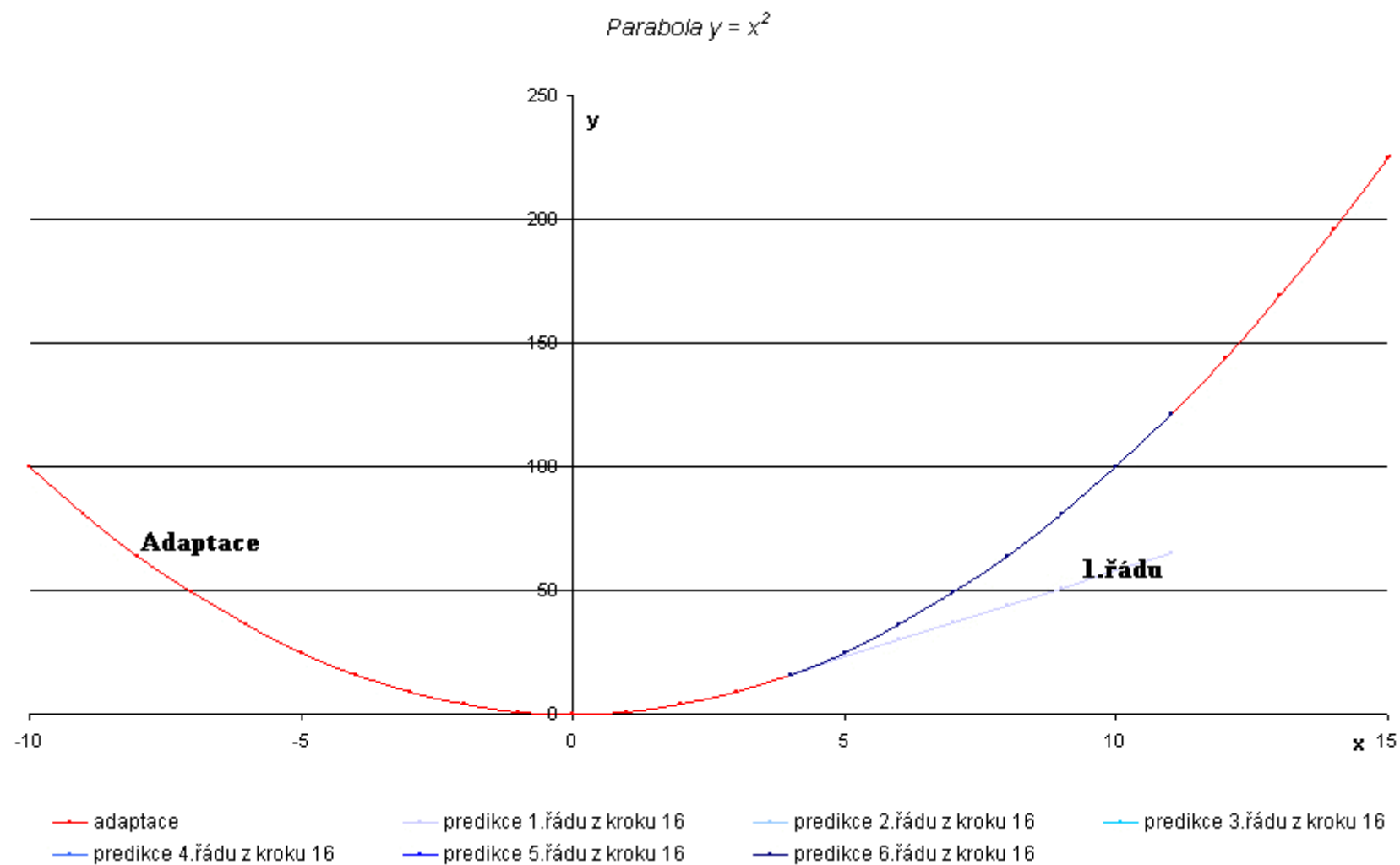
U obr.č.18 je z adaptované hodnoty kroku 30 vytvořen dlouhý predikční krok v délce 40 kroků.

Na obr.č.19 je predikce řešena z počátečního stavu adaptované křivky. První predikční krok se chová stejně jako adaptace a ostatní (2.-6.řád) odbíhají od příbuznosti s adaptací. Toto je pouze ukázka, jak se chová výpočet před vyhovujícím adaptačním krokem, tj.8.

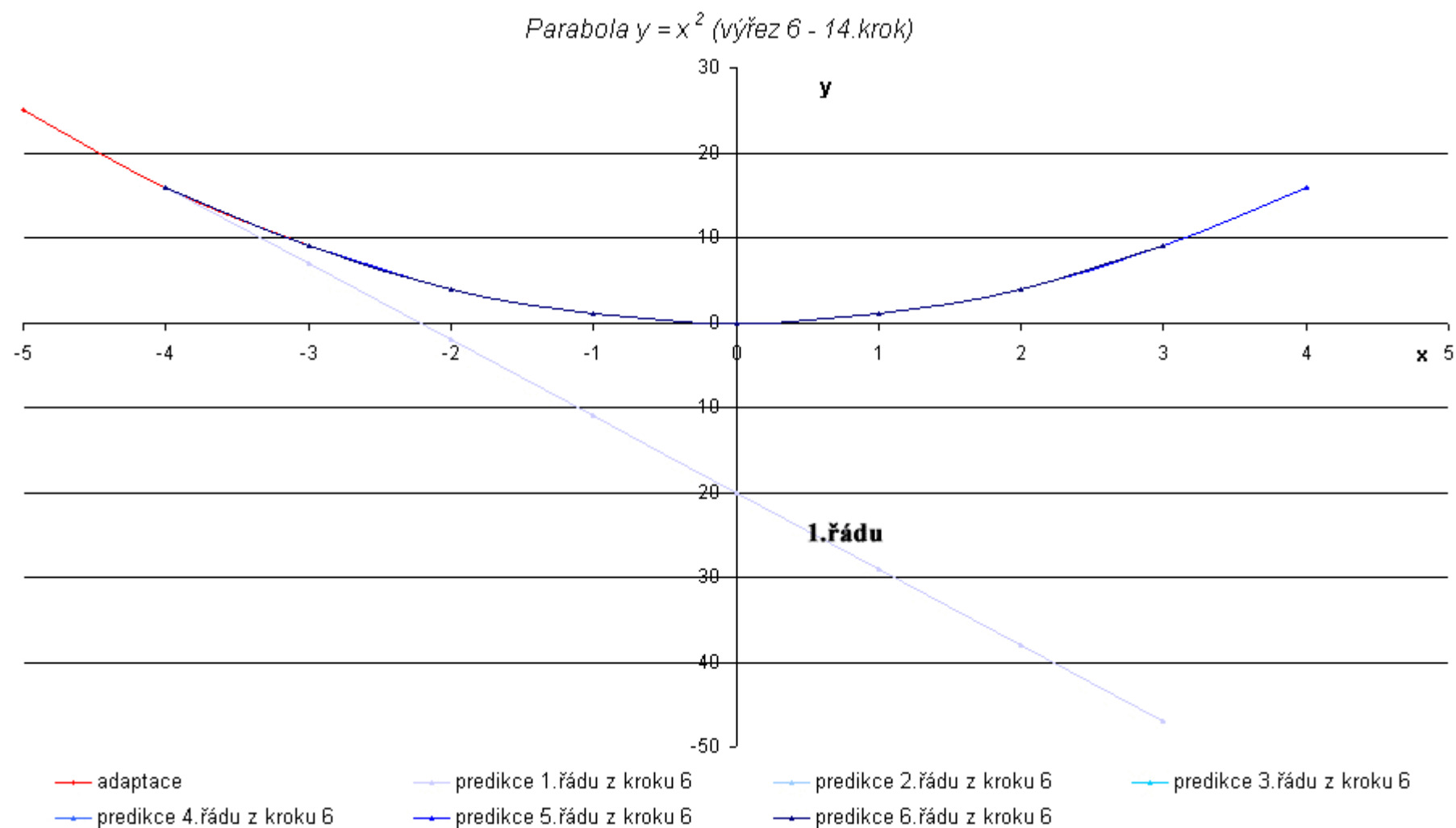
Další obr. viz příloha.

Zajímavým objevem bylo, že diferenční křivky se rozdělují na dvě skupiny a to na násobek sudých a lichých čísel.(u určité skupiny funkcí) Toto zjištění je patrné právě a pouze z obrázků.

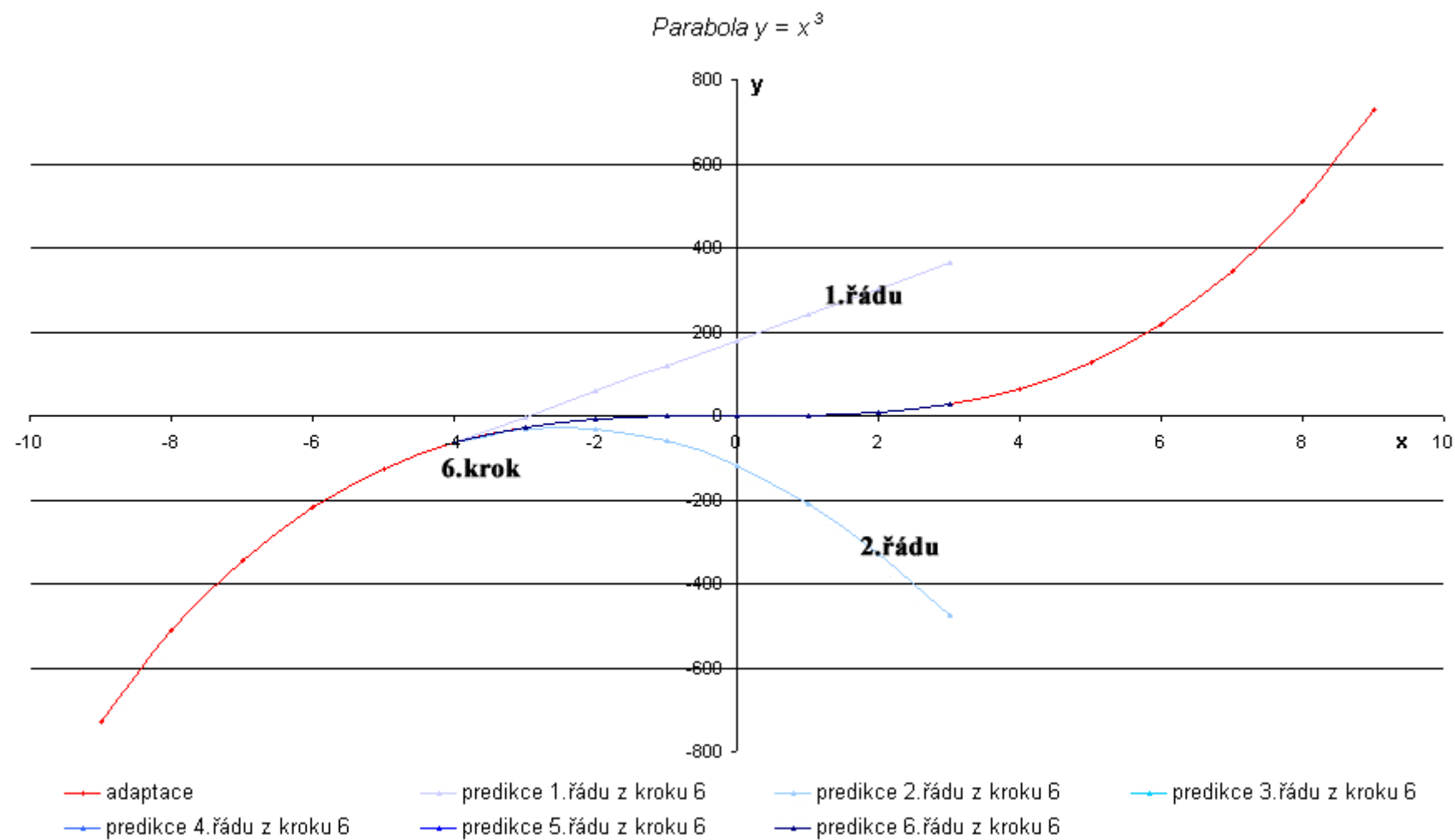
Adaptované křivky se testovaly v určitém kroku, většinou při překmitu nebo určitém přechodovém stavu.



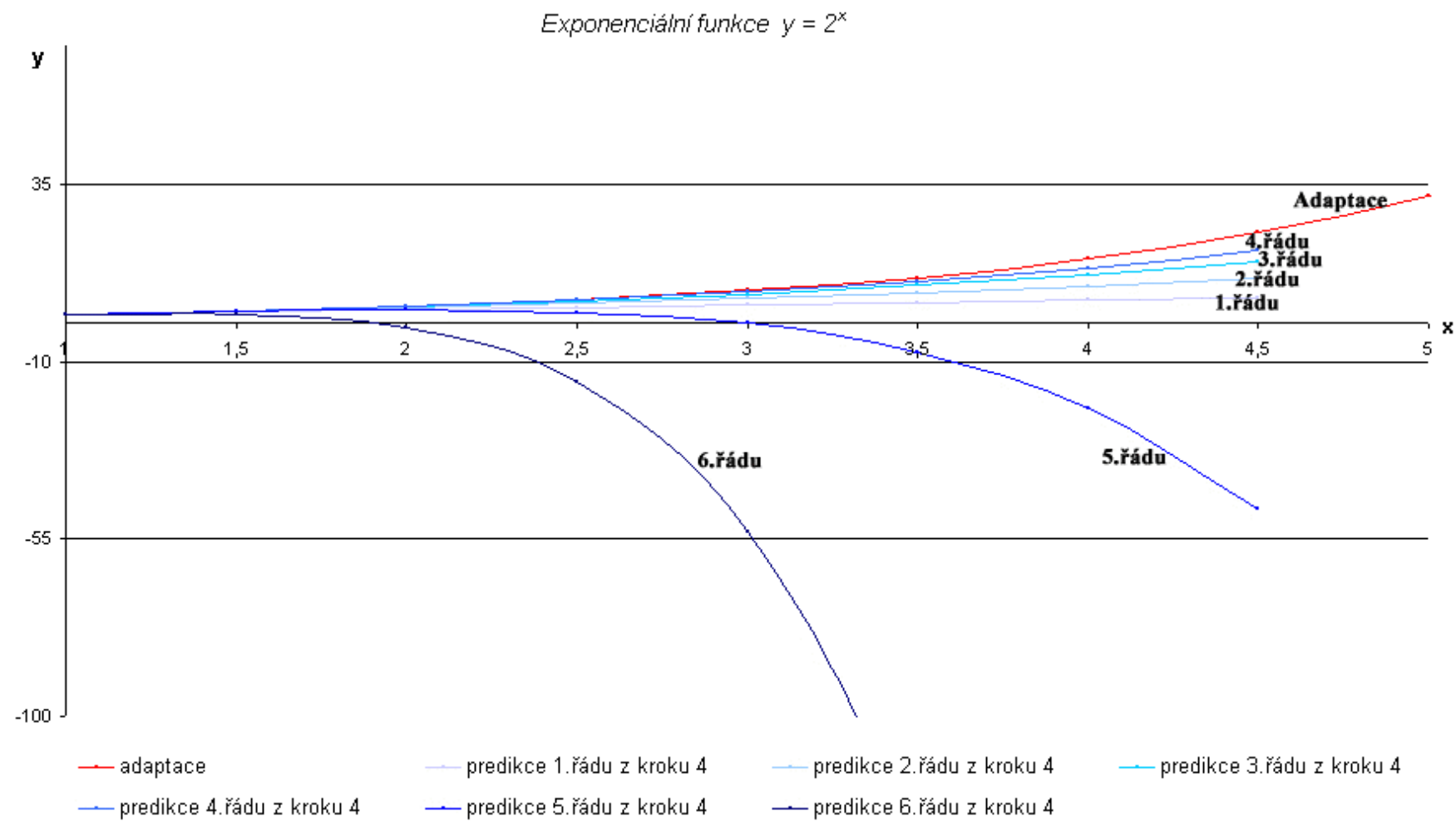
Obr.1. Parabola $y = x^2$



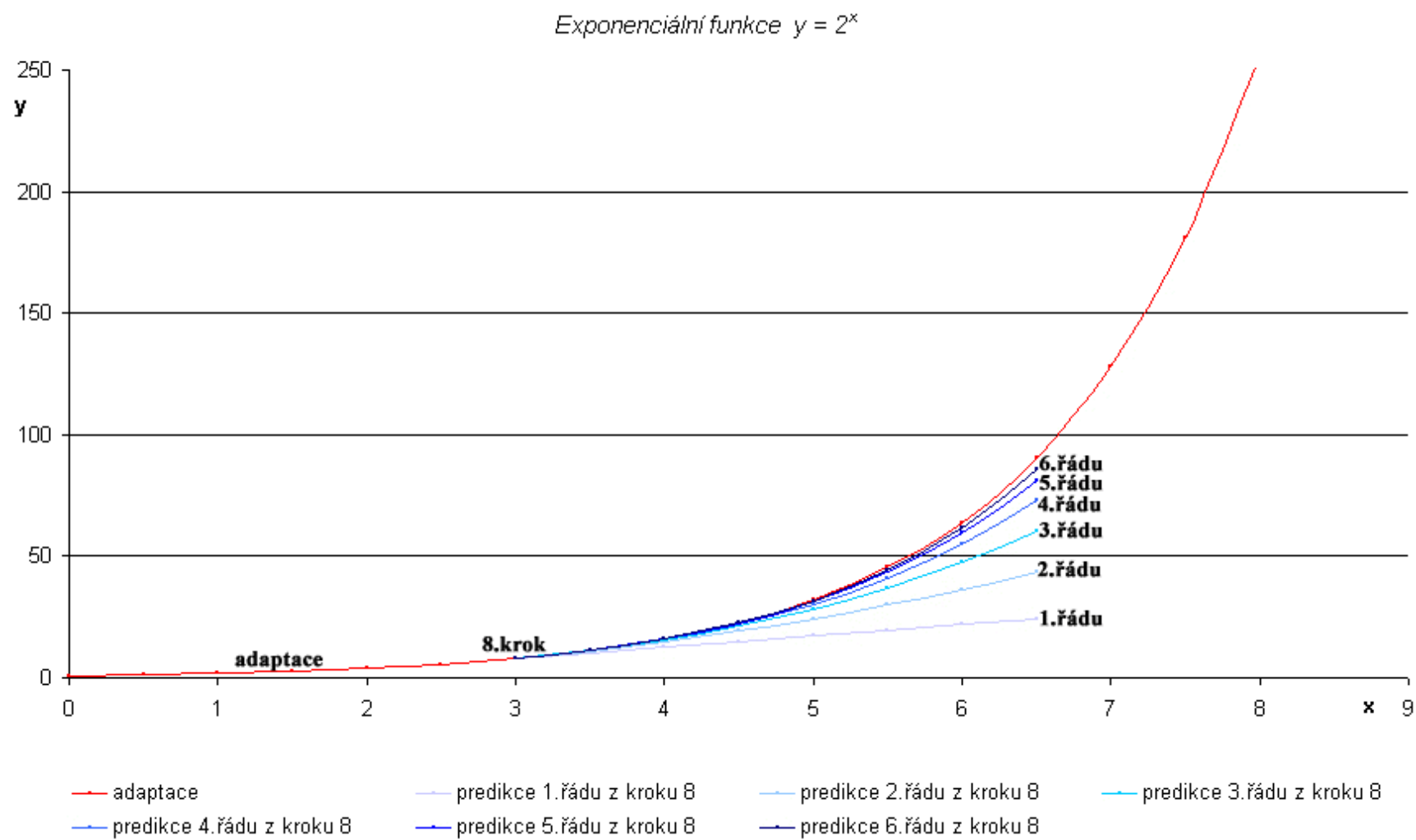
Obr.2 Parabola $y = x^2$ - výřez



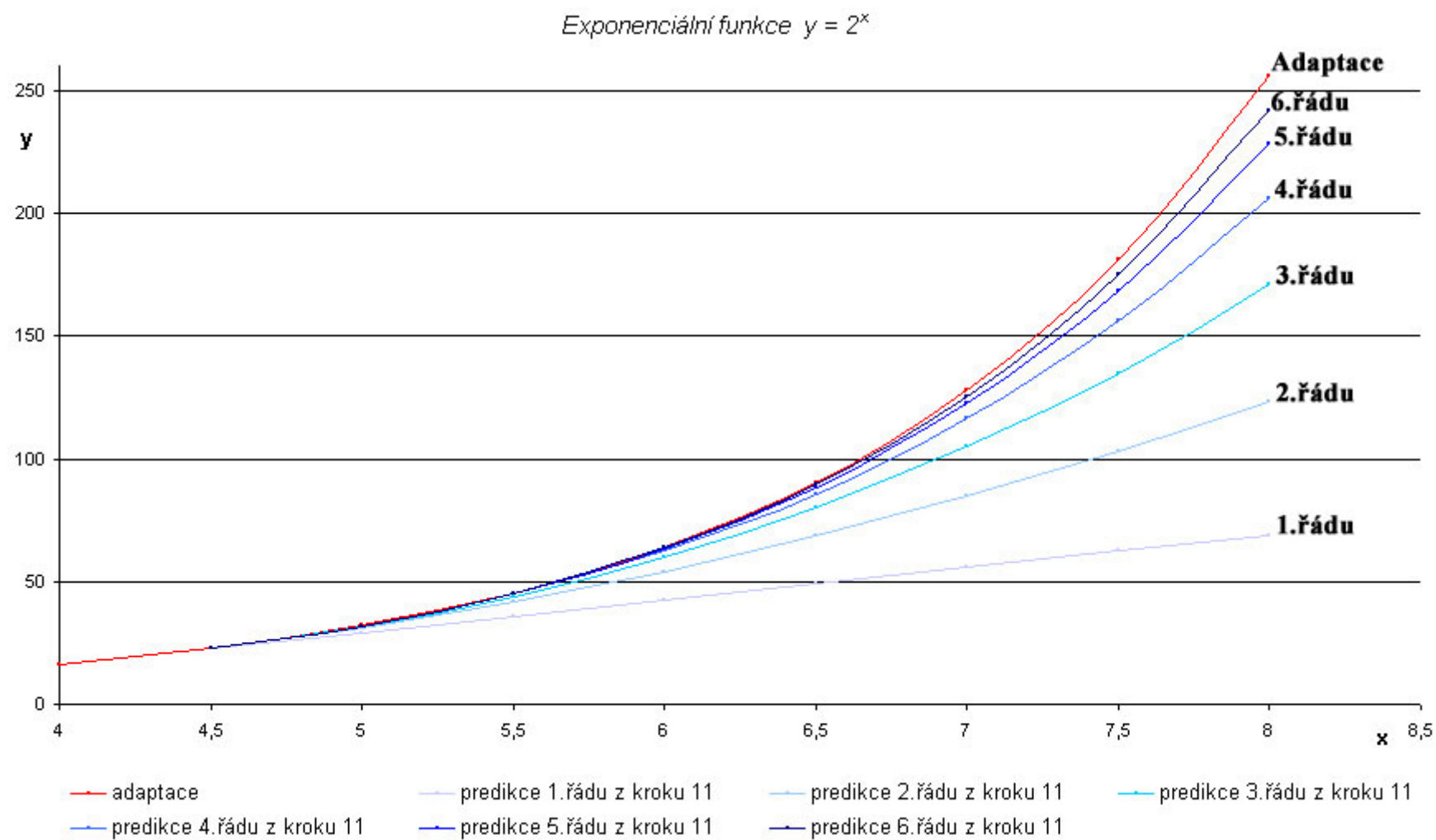
Obr. 3 Kubická parabola $y = x^3$



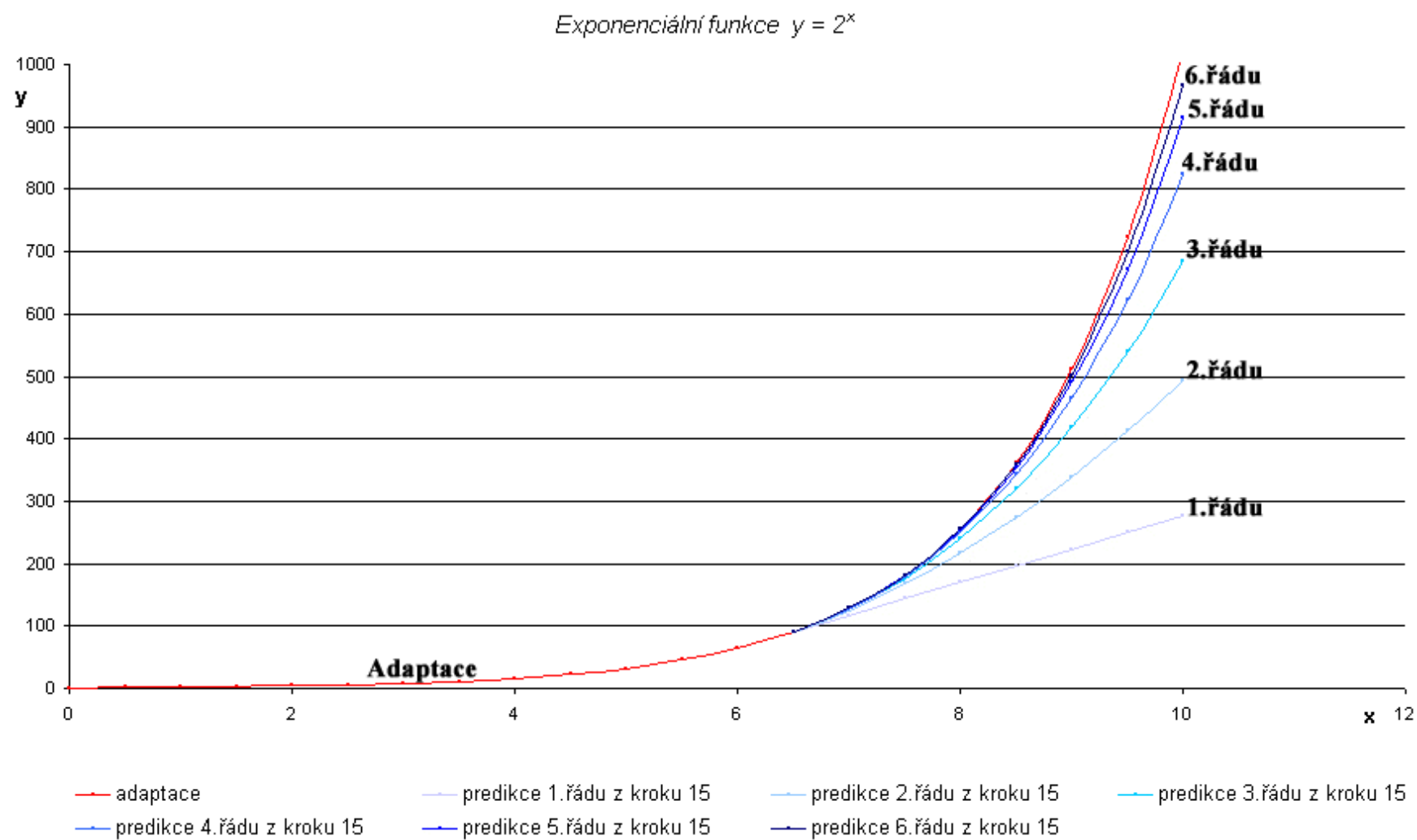
Obr. 4 Exponenciální funkce $y = 2^x$



Obr.5 Exponenciální funkce $y = 2^x$

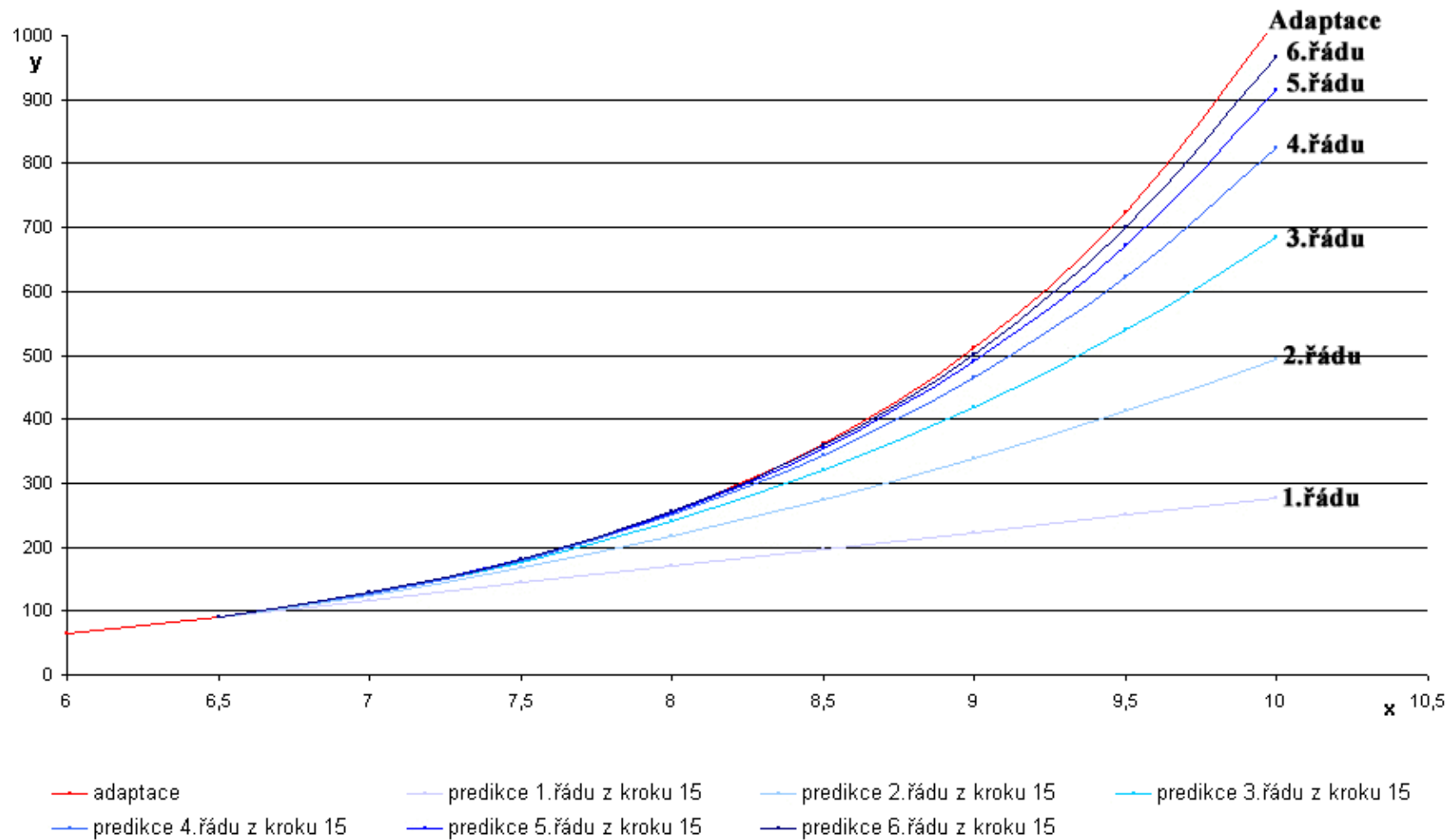


Obr. 6 Exponenciální funkce $y = 2^x$

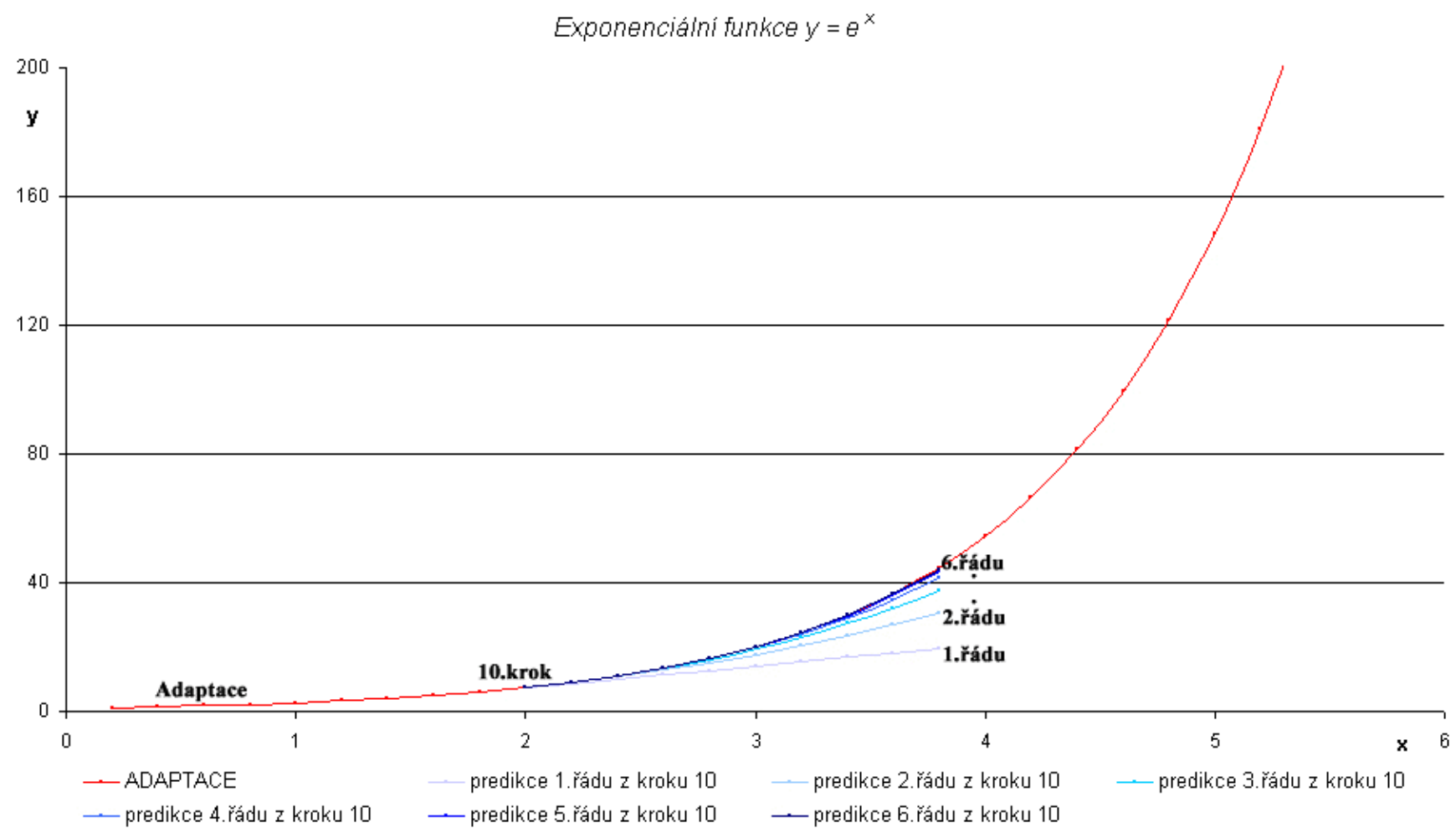


Obr. 7 Exponenciální funkce $y = 2^x$

Exponenciální funkce $y = 2^x$

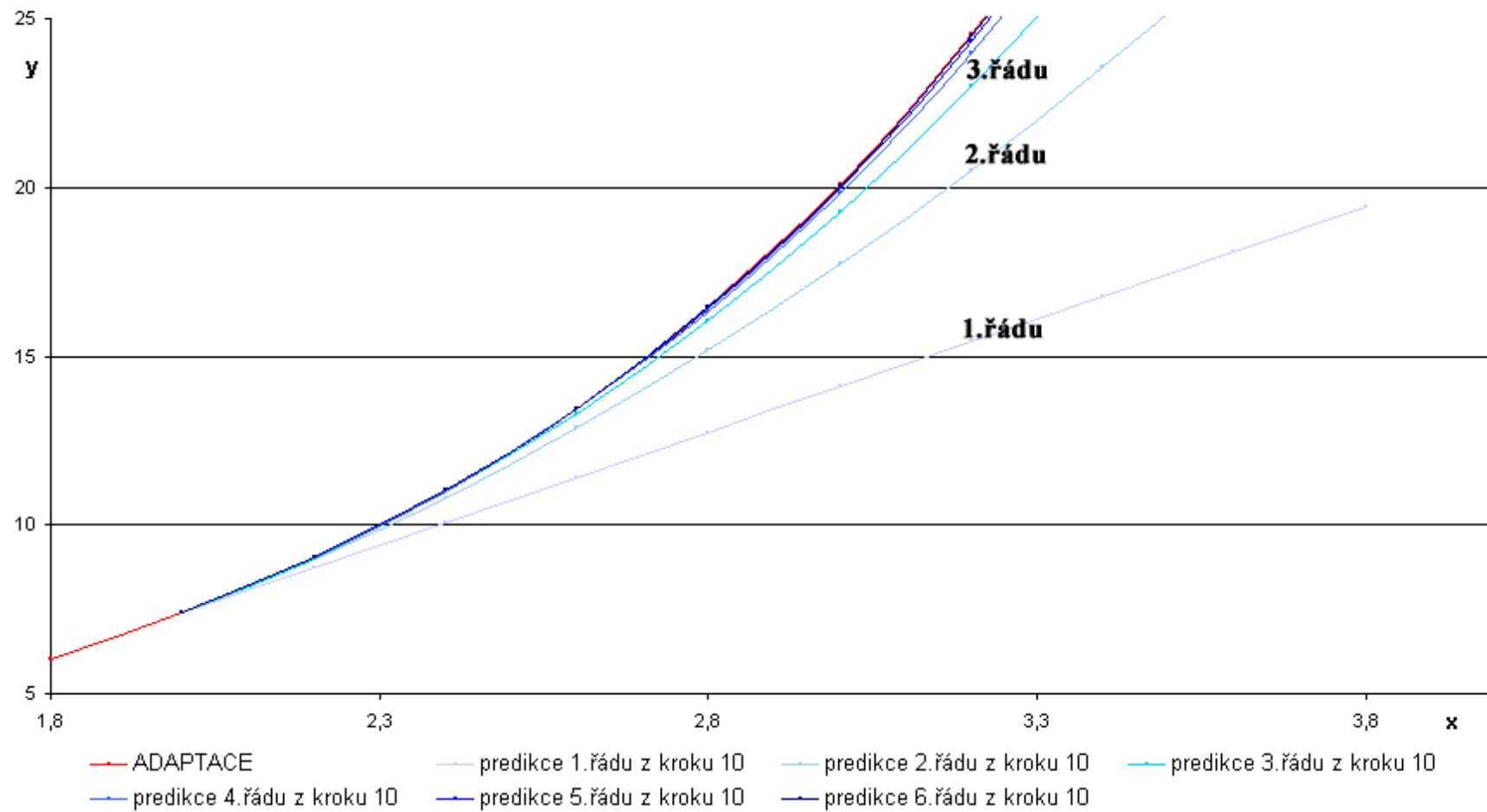


Obr. 8 Exponenciální funkce $y = 2^x$ - výřez

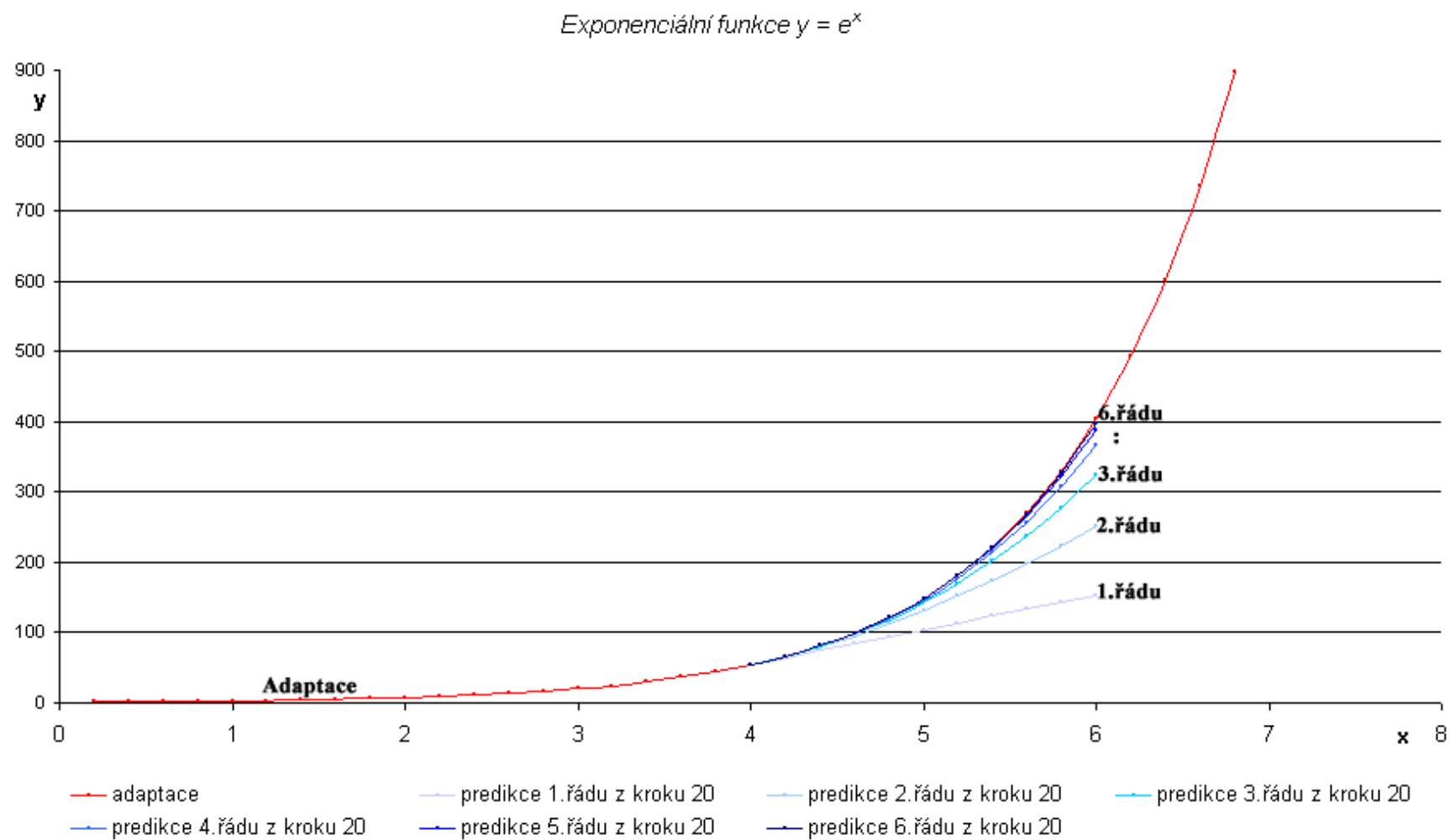


Obr. 9 Exponenciální funkce $y = e^x$

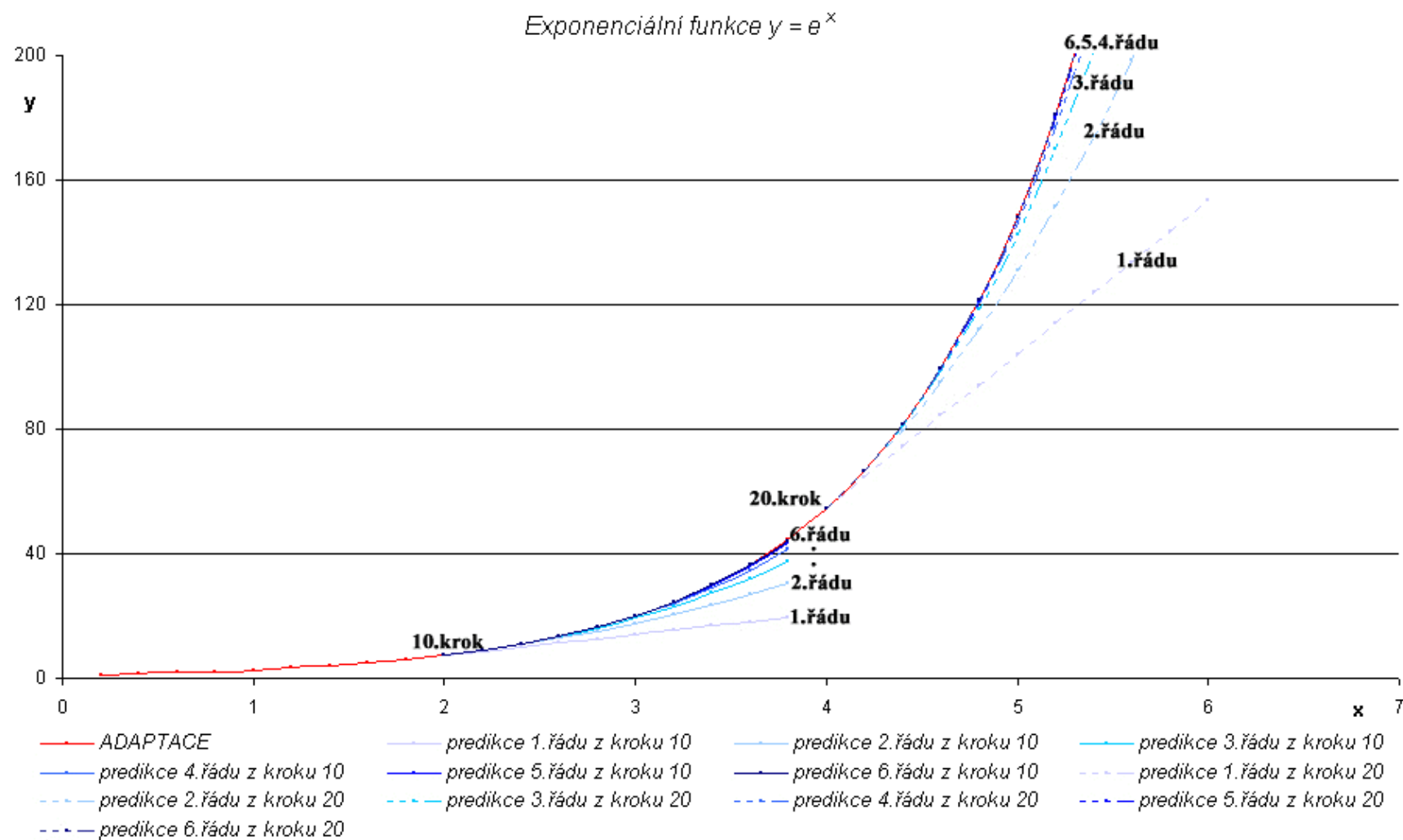
Exponenciální funkce $y = e^x$



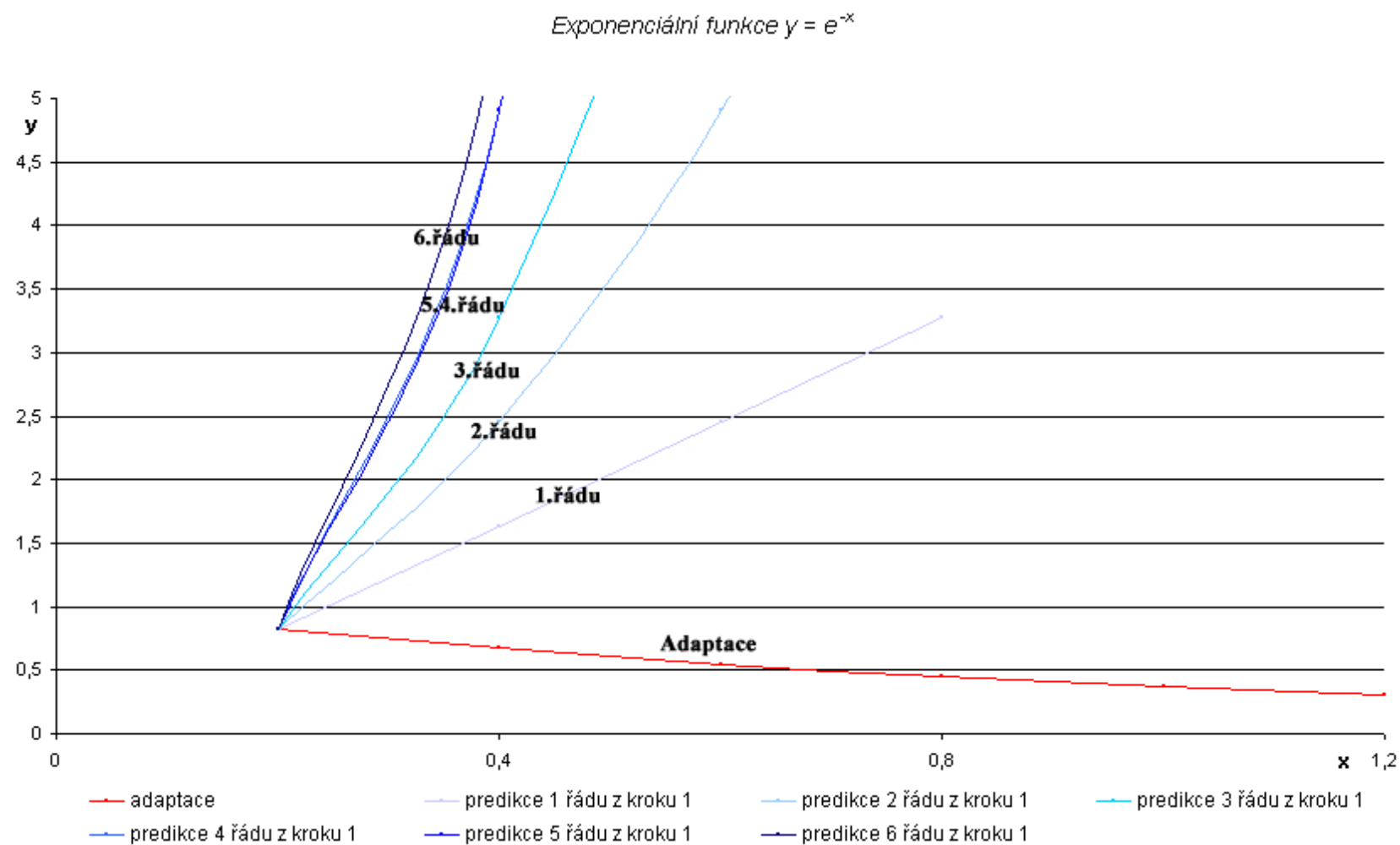
Obr. 10 Exponenciální funkce $y = e^x$ - výřez



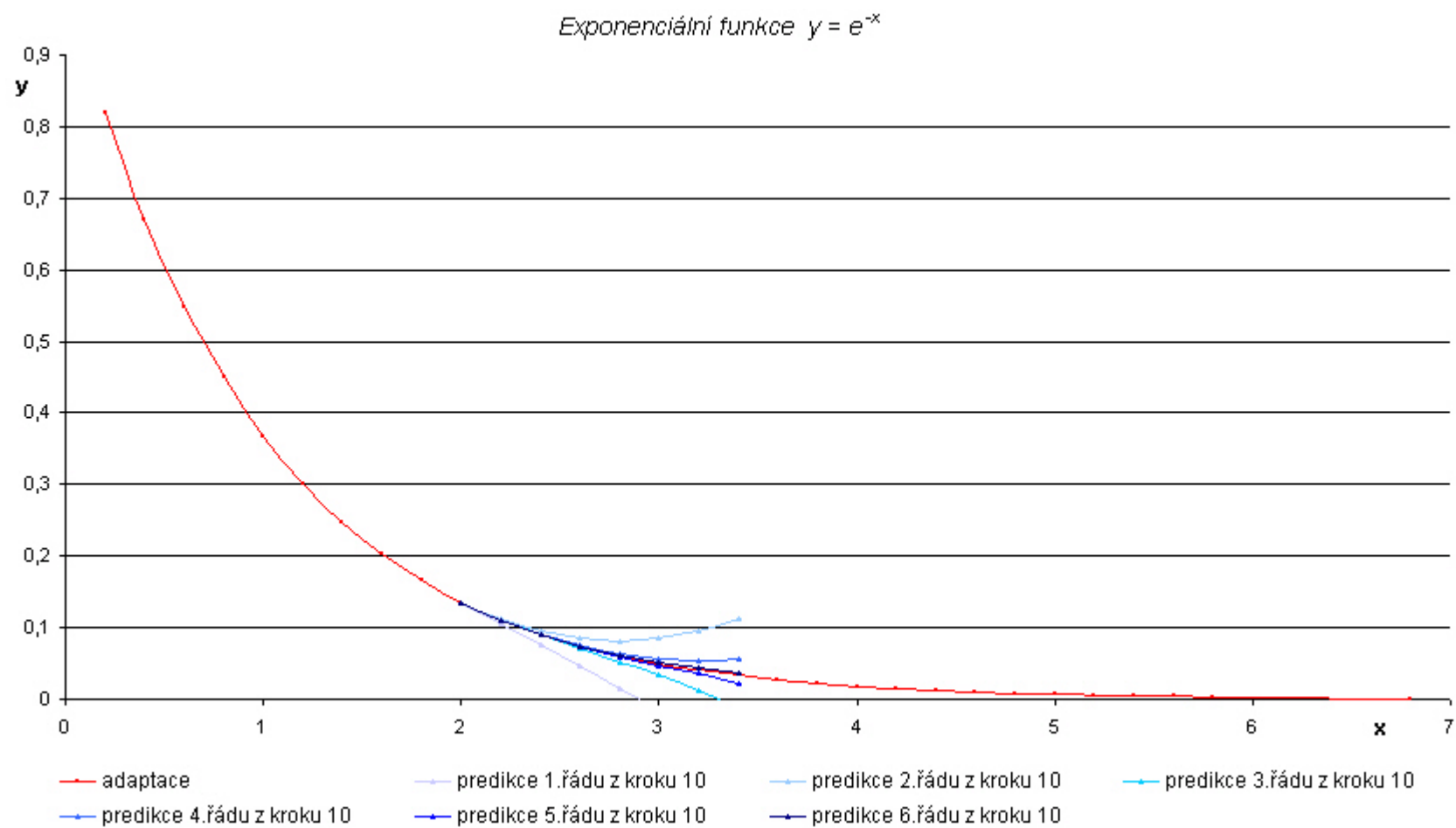
Obr. 11 Exponenciální funkce $y = e^x$



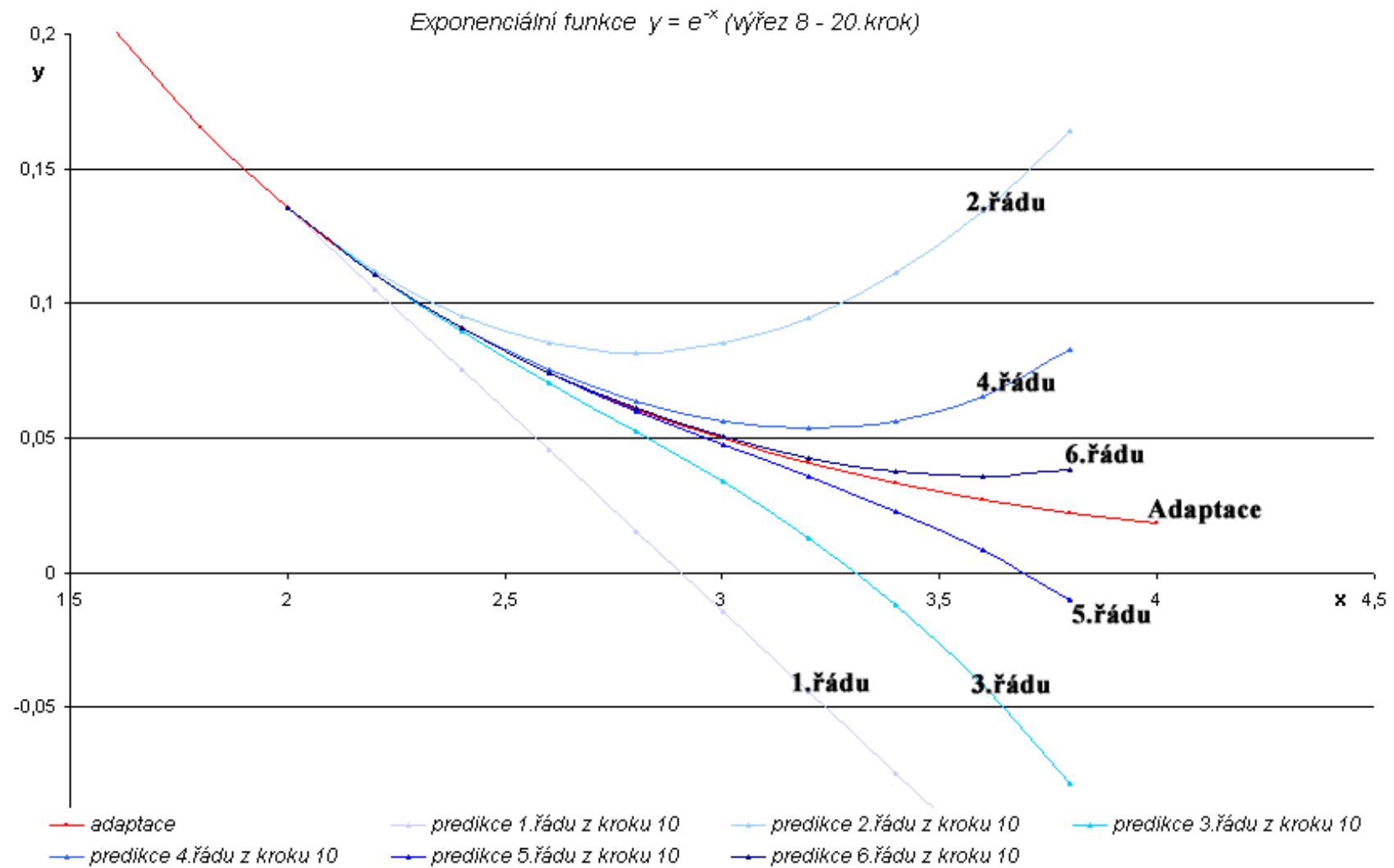
Obr. 12 Exponenciální funkce $y = e^x$



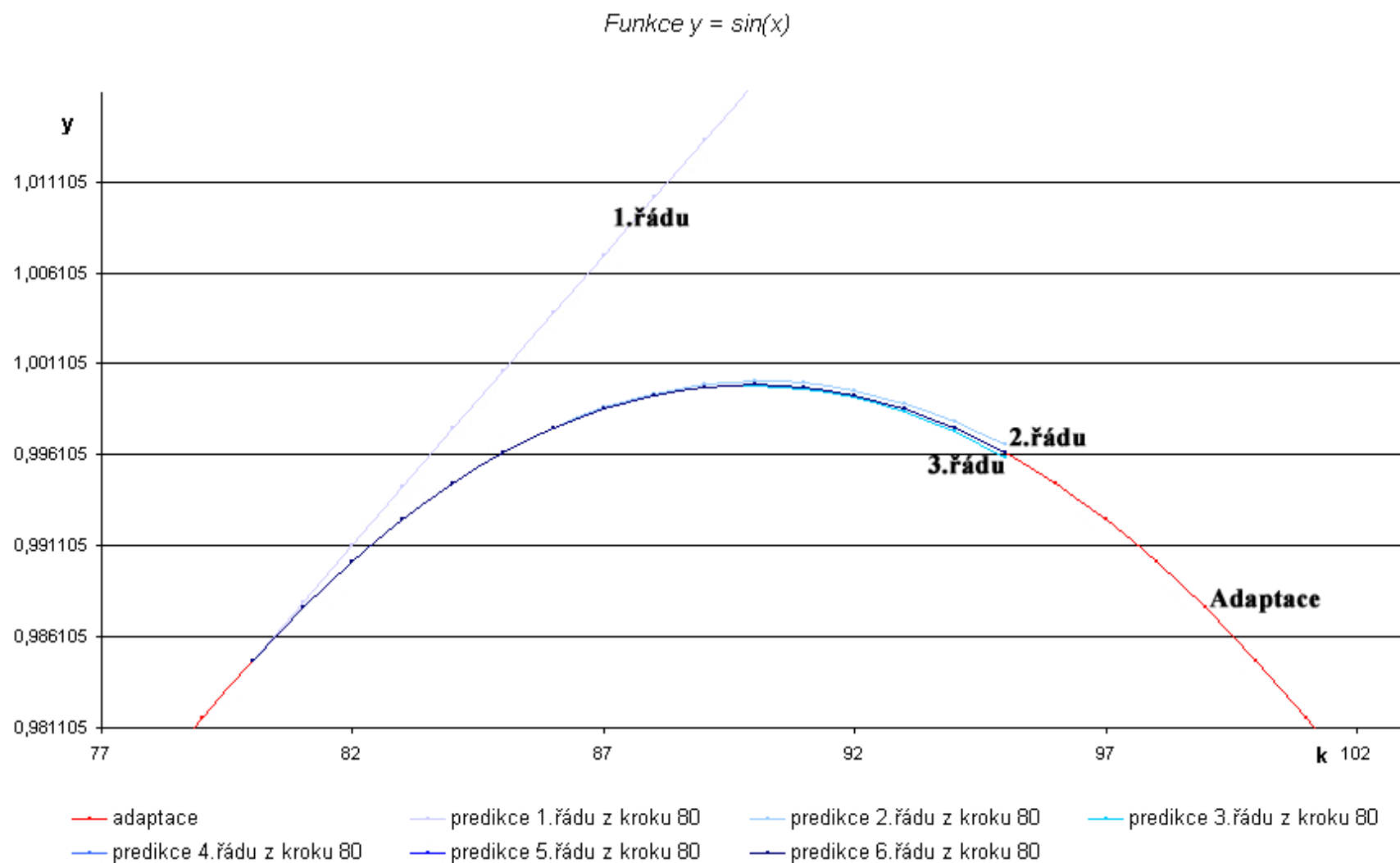
Obr. 13 Exponenciální funkce $y = e^{-x}$



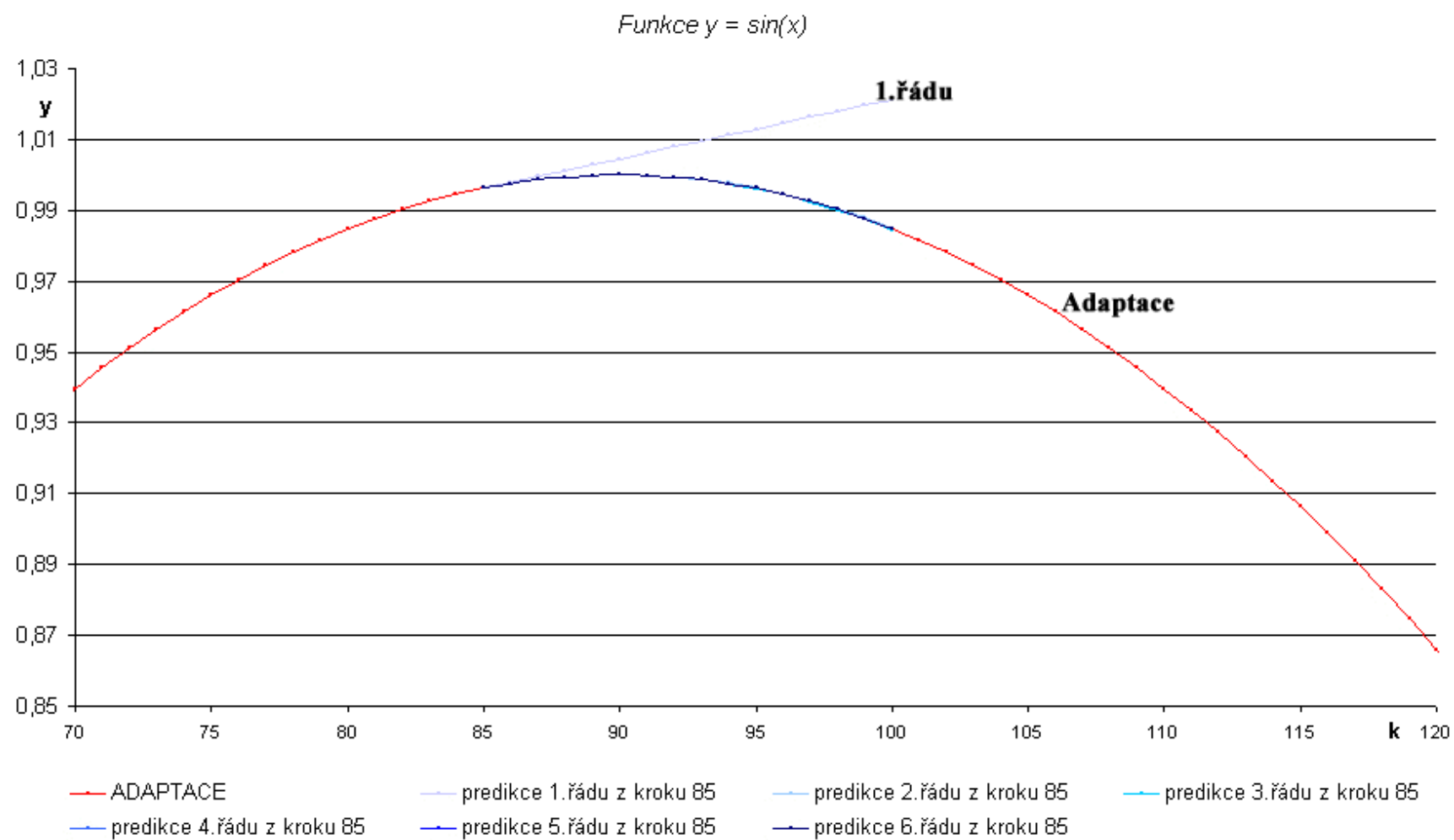
Obr. 14 Exponenciální funkce $y = e^{-x}$



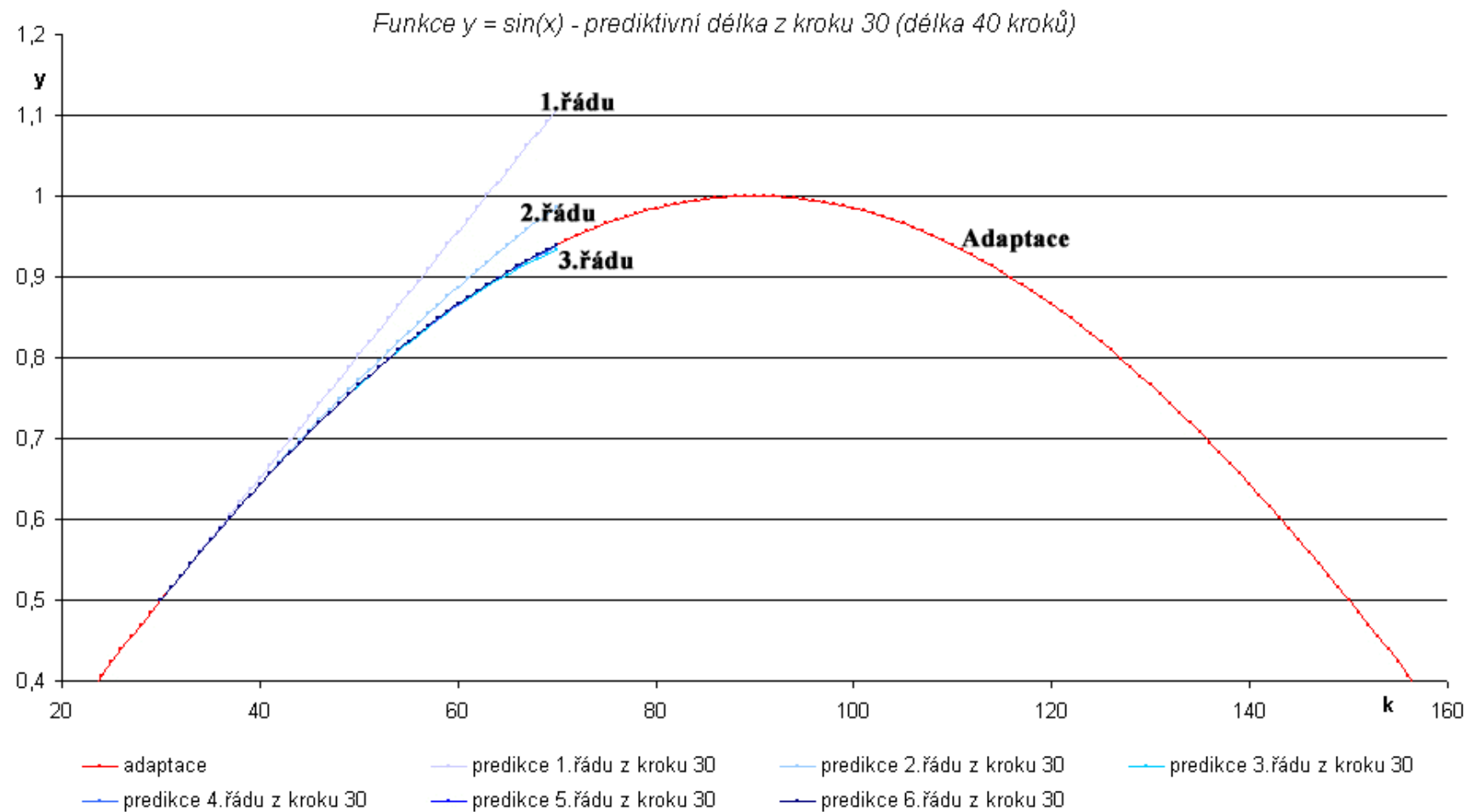
Obr. 15 Exponenciální funkce $y = e^{-x}$



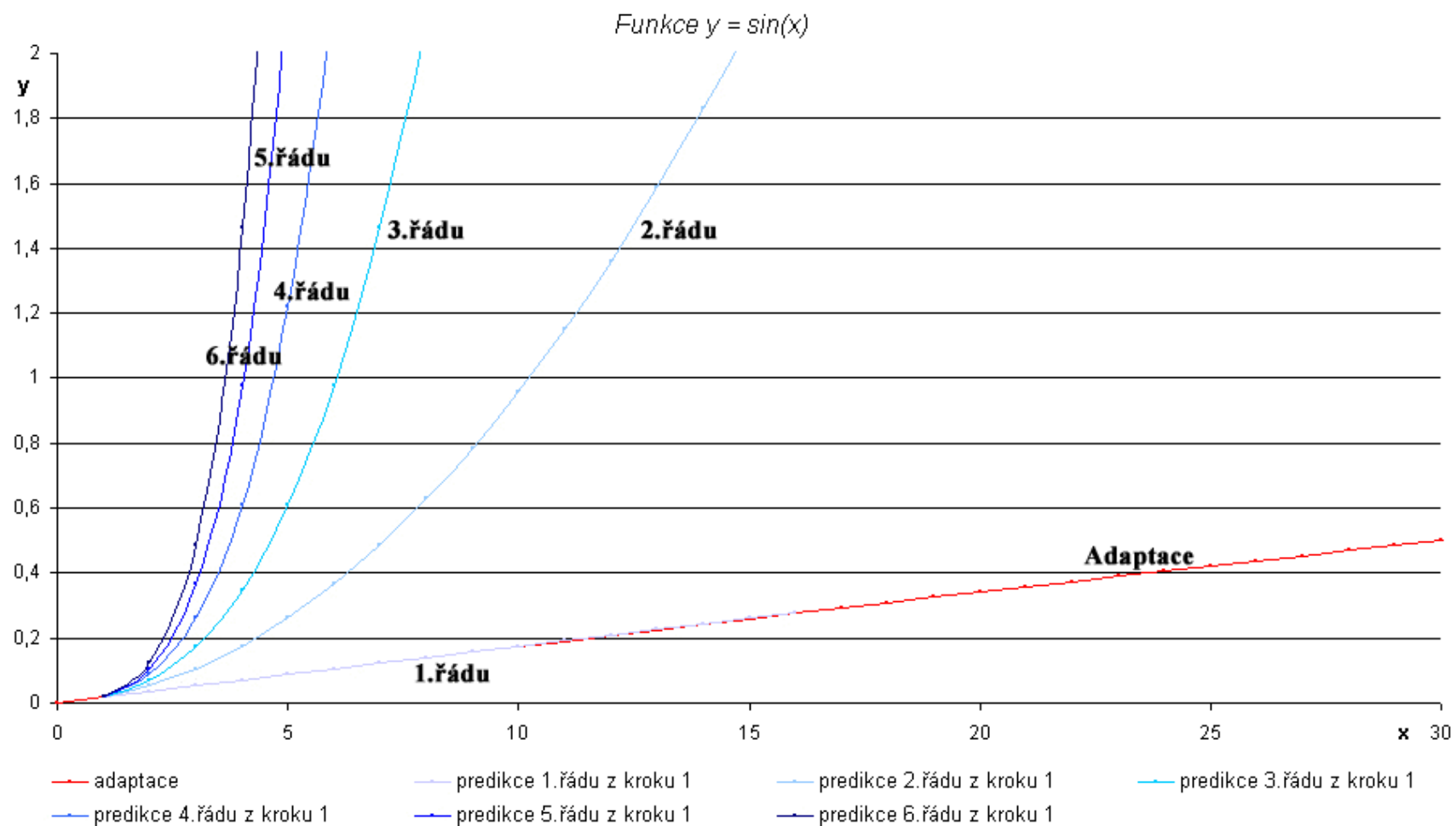
Obr. 16 Funkce $y = \sin(x)$ $y = \sin(x)$



Obr. 17 Funkce $y = \sin(x)$ $y = \sin(x)$



Obr. 18 Funkce $y = \sin(x)$



Obr. 19 Funkce $y = \sin(x)$

6. Možné aplikace prediktivního algoritmu

6.1 Všeobecně

Výsledky ověřování algoritmu *diferenční polynomiální predikce* na testovacích příkladech jsou velmi povzbudivé a je pravděpodobné, že algoritmus bude kvalitně predikovat i průběhy veličin měřených na reálných soustavách. Snadná dostupnost dostatečně jednoduché a kvalitní metody predikce vyvolává mnoho námětů na její využití v praxi. Možnosti využití predikce existovaly již dříve, ale v situacích, kdy byla predikce pro uživatele PLC nedostupná. Proto nebyl důvod o nich uvažovat. Nyní zde bude podán spíše jen náznak možných aplikací, třeba jako možné náměty pro další práce.

6.2 Pravidlový prediktivní regulátor ve vícehodnotové logice

V praxi, ale především zejména v technice budov se často používají jednoduché regulátory s dvouhodnotovými (reléovými) výstupy. Důvodů je několik. Použití PLC systému s binárními výstupy je levnější, než u systému s analogovými výstupy. Výrazně levnější je i převedení binárního signálu na potřebnou výkonovou úroveň, především pro potřebu ovládání akčních členů. Obvykle to jsou relé nebo stykač oproti výkonovému zesilovači nebo frekvenčnímu měniči. Levnější bývají i samotné akční členy a pohony. V nejjednodušších případech se regulátor chová jako dvoustavový (termostat).

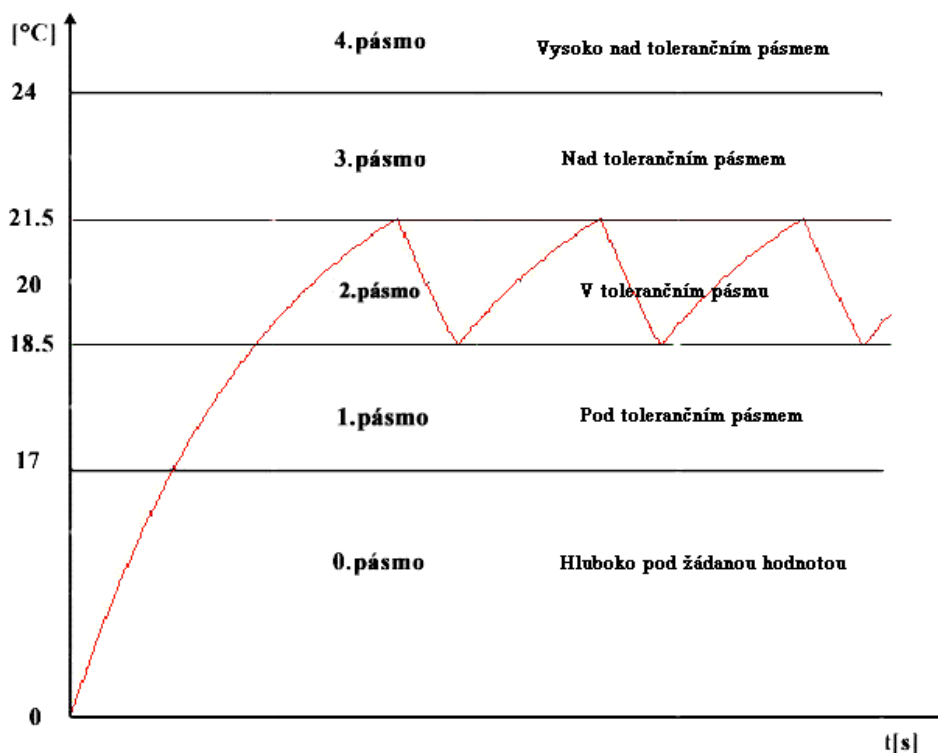
Nejčastěji je používán třístavový algoritmus. Někdy se používá i vícestavový, např. pro ovládání klimatizační jednotky fan-coil. Pro tuto jednotku je typické použití sedmistupňového regulátoru se třemi rychlostními stupni ventilátoru a aktivitami. Topení - nic - chlazení.

Obvykle je programem PLC nebo jiného regulátoru realizován nejprve tradiční algoritmus PI nebo PID, jehož číselný výstup (tj. hodnota akční veličiny) je poté logickým vyhodnocením převeden na odpovídající kombinaci binárních výstupů. Především se jedná o hladinové zpracování s hysterezí. V určitých případech je doplněno časové ovládání výstupů podle aktuální hodnoty akční veličiny. To je založeno na principu šířkové modulace a méně často frekvenční.

Je otázkou, do jaké míry se tento regulátor chová ještě jako jeho vnitřní předobraz. (PI nebo PID) a jak se kvalitně jej podařilo seřídít pro danou regulovanou soustavu. Všeobecně se předpokládá, že nastavení parametrů bývá nekvalitní už proto, že řízená

soustava se mění v čase). Někdy se jeho funkce takového regulátoru příliš neliší od funkce jednoduchého nespojitého regulátoru, který realizuje přepínací funkce přímo nad hodnotou regulační odchylky.

Při dostupnosti prediktivního algoritmu se nabízí možnost realizovat regulátor, který se obejde bez vnitřní realizace lineárního algoritmu (PI nebo PID) a souborem logických pravidel vyhodnocuje současnou hodnotu regulační odchylky spolu s její predikovanou hodnotou (např. po osmém kroku predikce). Předpokládejme, že oblast dostupných hodnot regulační odchylky e nebo regulované veličiny y rozdělíme na 5 pásem (intervalů): 0 - hluboko pod žádanou hodnotou, 1 - pod tolerančním pásmem, 2 - v tolerančním pásmu, 3 - nad tolerančním pásmem, 4 - vysoko nad tolerančním pásmem. Na obr. 6.1 je znázorněna situace pro regulovanou hodnotu y (např. teplotu v místnosti), Obdobně lze znázornit situaci pro regulační odchylku $e = w - y$.



Obr.6.1 Regulovaná hodnota v místnosti

Přítomnost aktuální hodnoty (skutečné či predikované) v určitém pásmu hodnot lze interpretovat jako pravdivost jednoho z pěti dvouhodnotových výroků a nebo jako pravdivost jedné pětihodnotové logické proměnné. Vícehodnotovou proměnnou lze vyjádřit její pravdivostní hodnotou z intervalu $[0, 1]$ nebo jen kódem (indexem) intervalu.

Je ale výhodnější využití tabulek. Všechny způsoby jsou algoritmicky rovnocenné a navzájem převoditelné. K rozřídění do pásem lze pro Tecomat výhodně použít instrukci FTS a postup je následující :

ld odchylka
fts tab_mezí
wr pásmo

Pravidla mohou mít následující formu:

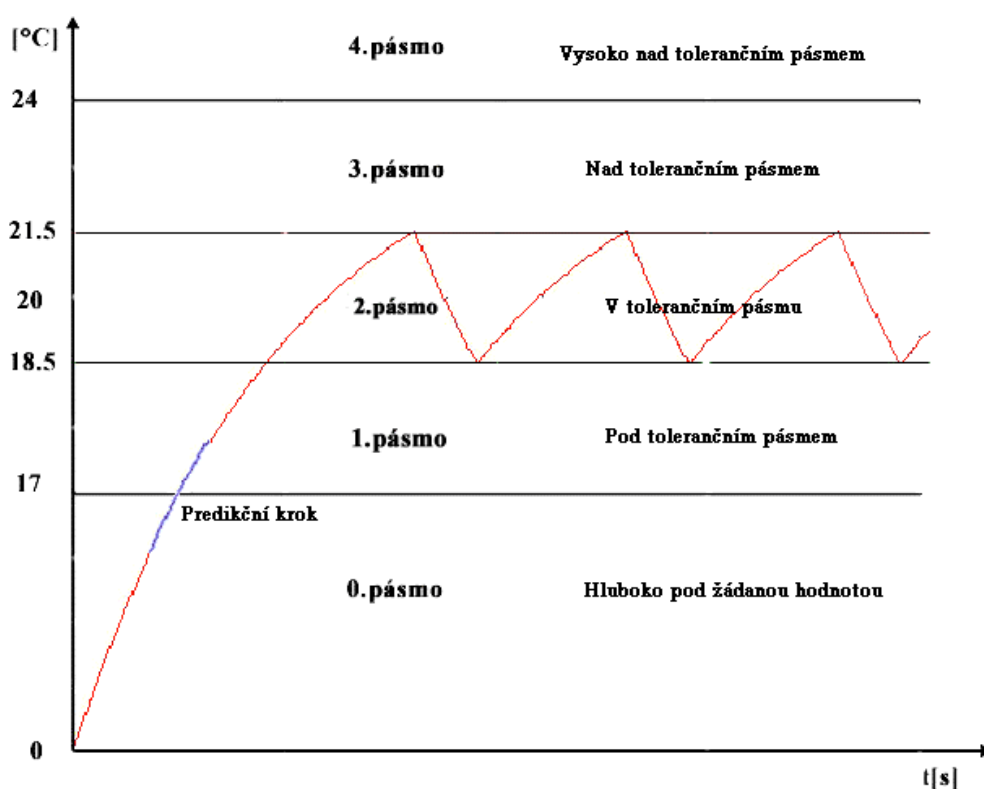
jestliže odchylka je v i AND předpověď je v j pak akce l

kde *i* a *j* jsou symboly pro jednotlivá pásma (indexy) 0 až 4 a *l* představuje prozatím blíže nespecifikovaný typ výstupní aktivity regulátoru. Pro dvě proměnné, které jsou skutečné a predikované hodnoty odchylky či regulované veličiny je obvyklé a mnohdy výhodné, uspořádat soubor pravidel do formy dvourozměrné tabulky (mapy, matice), např.:

Tab.6.2 Soubor pravidel

	e_predik				
e_skut	0	1	2	3	4
0	top3	top2	top1	top1	nic
1	top2	top1	top1	nic	nic
2	top1	top1	nic	nic	chl1
3	top1	nic	nic	chl1	chl2
4	nic	nic	chl1	chl2	chl3

Ke každému políčku tabulky odpovídá jedno pravidlo, kde v podmínkové části (antecedentu) se vyskytuje součin (AND) proměnných (*e_predik*, *e_skut*) popisujících příslušnost skutečné a predikované hodnoty k jednotlivým pásmům podle obr. 6.3 (nezávisle na tom, zda se jedná o 5 + 5 binárních proměnných nebo 2 pětihodnotové proměnné). Obsah políček má význam závěrů (konsekventů) pravidel.



Obr.6.3 Ukázka predikčního kroku

Zde jsou navrženy spíše jako ilustrativní příklad sedmistavového regulátoru s aktivním topením a chlazením. Výstupní proměnné (obsah políček) zde není blíže specifikován a lze jej chápat ve v různých významech, např. jako:

- soubor sedmi binárních logických proměnných,
- pravdivostní hodnotu jedné sedmihodnotové logické proměnné,
- kombinaci (kód) binárních výstupů
- časový údaj o délce impulsu
- číselné hodnoty akční veličiny
- kód aktivity programu PLC (návěstí v programu nebo jméno podprogramu)
- adresa výstupní proměnné souboru regulátorů, jehož výstup má být akceptován
- adresa pole proměnných s parametry regulátorů, které mají být předány regulátoru PID

Každému políčku může odpovídat logický výraz, např.:

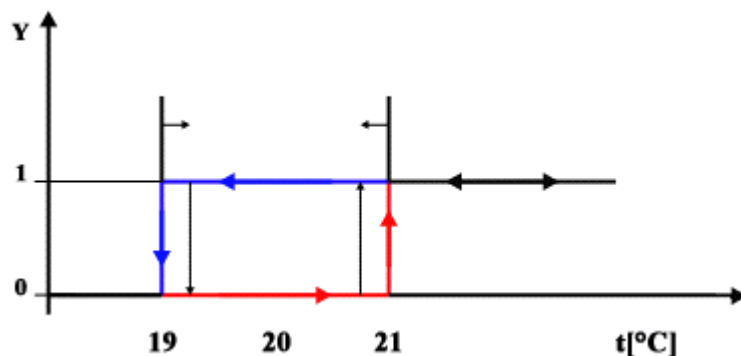
$$top1 = e_skut = 1 \text{ AND } e_predik = 2$$

V systémech Tecomat lze také tento celý pravidlový systém realizovat najednou s využitím tabulkových instrukcí:

```
.....  
# table word tab_výst = top3, top2, top1, top1, nic,  
                        top2, top1, top1, nic, nic,  
                        top1, top1, nic, nic, ch11,  
                        top1, nic, nic, ch11, ch12,  
                        nic, nic, ch11, ch12, ch13,  
  
.....  
ld e_skut  
mul 5  
add e_predik  
lrb tab_výst  
.....
```

Příklad programu je uveden pouze jako ukázka. Pro danou třídu úloh je třeba zvolit odpovídající postup. Především soubor proměnných i pravidel. Takto lze realizovat jednodušší i složitější regulátory. Např. „inteligentní prediktivní termostat může využívat predikci k tomu, aby posouval meze hysterezního pásma obr.6.3,-6.4 a hysterezi tak zvětšoval nebo zmenšoval. Případně ji úplně vyloučil nebo změnil charakter hystereze ze setrvačné na dopřednou. S využitím pravidlového systému lze modifikovat parametry aktivního regulátoru PID. Např. přepínat pole registrů se sadou parametrů pro danou situaci nebo ovlivňovat aktivitu jednoho ze souboru regulátoru. Realizovat regulátory se skokově proměnnou strukturou. Podrobnosti lze nalézt např. v literatuře. [7], až [11].

V našem případě jsme uvažovali konstantní horizont predikce (např. 8 kroků). Lze si představit řešení regulátoru s proměnným horizontem predikce. Základní algoritmus může pracovat s dalekým horizontem (např. 16 kroků) a v situaci velké změny (např. přechodu přes 2 hranice pásem) lze aktivovat algoritmus s jemnějším rozlišením horizontu predikce (např. 8, 4 nebo 2 kroky). Takto lze uvažovat i algoritmus, jehož jednou z proměnných bude počet kroků, nutných k dosažení hranice nejbližšího sousedního pásma.

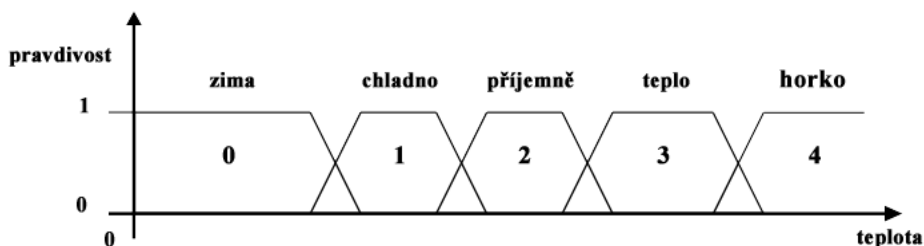


Obr.6.4 Hysterézní pásmo

Realizace popsaného algoritmu má význam zejména v případě nespojitých regulátorů s binárními výstupy, kde se dá předpokládat, že výstupy jsou po relativně dlouhou dobu neměnné. Akční zásahy jsou fixované právě pro tyto typy regulátorů. Hojně se vyskytují v technice budov, kde může být přínos popsaného pravidlového systému s predikcí značně významný.

6.3 Pravidlový prediktivní regulátor ve fuzzy logice

Princip řešení pravidlových prediktivních regulátorů, popsaný v předchozím odstavci, lze snadno zobecnit na obdobné pravidlové systémy ve fuzzy logice. Stačí „rozostřit“ hranice, obr.6.5, mezi pásmy hodnot tak, aby se odpovídající binární proměnné změnily na fuzzy a operátory AND a OR zobecnit na některé z fuzzy operátorů. Výsledky pravidel se tak přirozeně stanou souborem fuzzy proměnných. V závislosti na jejich pravdivostech lze např. spojitě přepínat („mixovat“) výstupy souboru regulátorů nebo sady parametrů pro nastavení regulátoru. Pokud je nutné jako výsledek získat jedinou hodnotu výstupní proměnné, je nutné vyřešit úlohu defuzziifikace (např. [7] až [11]).



Obr. 6.5 Fuzzy proměnné

6.4 Technická diagnostika a rozhodování

Technická diagnostika je stále a nepochopitelně opomíjeným oborem v aplikacích programovatelných automatů. Snadná dostupnost algoritmu predikce zpřístupňuje nové typy úloh z tohoto oboru. Především lze predikovat budoucí vývoj jednotlivých vstupních číselných proměnných. Lze ale i také predikovat vývoj hodnot vnitřních a výstupních proměnných, např. funkce, která je vyčíslena jako míra rizika poruchy, ztrát, optimálních parametrů apod. Předpovídané výsledky nebo trendy mohou být dobrými podklady pro kvalifikované rozhodování.

6.5 Rozpoznání tvaru a trendů

Dosud jsem uvažoval, že popsanou metodou je předpovídan vývoj hodnoty sledované proměnné. Je ale užitečné si uvědomit, že už v každém kroku adaptace získáváme hodnotu první difference. Její hodnota (znaménko) je měřítkem rychlosti změn výsledné hodnoty. Pokud je nulová (dostatečně malá nebo s alternujícími znaménky), poté lze usuzovat na ustálený stav nebo na dosažení extrémní hodnoty, jako je lokální extrém. Obdobně lze posuzovat hodnotu druhé difference a z její nulovosti usuzovat na dosažení či blízkost bodu inflexe a tedy zvratu v rychlosti růstu. Tyto situace lze popsaným algoritmem i predikovat. Z tvarových charakteristik časových průběhů lze „vytěžit“ cenné informace, jako jsou např. hodnoty časových konstant a jiné údaje pro zjednodušenou identifikaci přenosových funkcí soustav. Lze je využít i k realizaci pravidlových systémů a všude tam, kde se vyhodnocují komplikovanější proměnné. Rychlost náběhu, ustálení, velikost překmitu, kmitavost a frekvence kmitání, apod.

6.6 Šumy a filtrace

Jsem si vědom, že zatím nebyl testován vliv šumů a zaokrouhlovacích chyb na kvalitu predikce. Vzhledem k tomu, že jeho využití je předpokládáno především v tepelné technice budov, kde budou převážně měřeny hodnoty teplot, neočekávám výrazný podíl šumů v měřených hodnotách. Pokud by se při dalším ověřování projevil výrazně nepříznivý vliv šumů, lze jej omezit vhodnou metodou filtrace a potlačením šumu. Patrně nejjednoduššeji lze realizovat některý typ filtru FIR, např. obyčejný filtr klouzavých průměrů. Pokud např. bude regulátor (a tedy i prediktor) aktivován s krokem 10 s, kdy lze hodnoty měřit s krokem 1 s a vždy jednou za 10 s provést jejich průměrování. Případné větší výkyvy lze omezit přídavným statistickým vyhodnocením (např. mediány a vyloučením extrémních hodnot). Realizovat tak nelineární robustní filtry. Všechny tyto zmíněné algoritmy jsou realizovatelné v PLC Tecomat.

7. Poznámky k programu PLC

Realizovaný program PLC Tecomat pro „jádro“ prediktivního algoritmu je uveden v příloze 1. Je zde uvedena část adaptační, tak i predikční v jazyku mnemokódů pro Tecomat. Uvědomuji si, že pro komerční realizaci je nutné dořešit mnoho detailů v provedení programu, např. formu a způsob aktivace. Zda oddělit adaptační a predikční algoritmus do samostatných komponent a zda počet predikčních kroků řešit jako fixní nebo jej předávat jako proměnný parametr.

Předpokládám, že toto vše bude řešeno až při zpracování do komerčně použitelné formy podle požadavků zadavatele. Proto se touto otázkou prozatím nezabývám. Prozatím jsem neřešil ani problém předběžného testování kvality predikce na základě vyhodnocení osmé difference, kterou ani nevypočítávám.

Ve zpracovaných programech jsem realizoval algoritmus s diferencí sedmého řádu. Základním důvodem je skutečnost, že podle výsledků tento řád již zaručuje dostatečnou kvalitu predikce a není důvod zpracovávat difference vyšších řádů. Pole (zásobníky) proměnných, tak mají délku 8 (včetně koncové hodnoty = difference nultého řádu). V programu jsem je lokalizoval staticky na pevné adresy. Pro tento rozsah není řešení složité a je logicky názorné. Při optimalizaci programu by bylo možné použít zásobníky mezivýsledků, pro jejichž obsluhu mají systémy Tecomat výkonný aparát.

Pokud by bylo nutné zpracovávat difference vyšších řádů, bylo by již účelné řešit pole diferencí jako tabulky a algoritmus řešit ve výpočetním cyklu. Jsem si plně vědom, že zkušený programátor by dokázal stejnou úlohu řešit úspěšnějším programem. Především jsem se zaměřil na ověření funkčnosti a na přehlednost programu.

Program predikční části zpracovává proměnné od nejvyšší difference směrem k nižším. Nově vypočtenou difference lze tedy uložit na místo její předchozí hodnoty a stačí jediný zásobník diferencí, jehož obsah se aktualizuje v každém kroku predikce. Naproti tomu zpracovává program adaptační části algoritmu své proměnné v opačném pořadí a mezisoučty nelze ukládat na pozice jejich původních hodnot. Použil jsem řešení, kdy jsou výsledky generovány do duplikátní zóny, odkud jsou po konci výpočtu přepsány do původní zóny. Vzhledem k tomu, že predikční část potřebuje jako výchozí hodnoty výsledky adaptační části, může být duplikátní zóna ztotožněna se zásobníkem diferencí pro predikční část.

Proces adaptace po připojení k reálně měřeným hodnotám se vyznačuje přechodovým dějem, kdy je nejprve adaptována 1. difference a v dalším kroku druhá a v dalším třetí a atd. - V našem případě je nutné 8 kroků adaptace, než jsou výsledky predikce věrohodné.

8. Závěr

V diplomové práci je provedeno porovnání metod predikce a její stručný popis. Práce byla zaměřena na analýzu zadaného prediktivního algoritmu. Dále na programové vytvoření algoritmu a ověření jeho kvality.

Výsledky mé práce dokumentují, že navržený algoritmus polynomiální diferenční predikce poskytuje nečekaně dobré výsledky i při své numerické nenáročnosti. Pro sedmý řád difference, osmá se zanedbává, poskytuje výsledky postačující i pro poměrně náročné úlohy. Otevřeným problémem je posouzení kvality predikce za přítomnosti šumu a případná filtrace. Uvedené náměty na aplikace mohou být tématy velmi zajímavých a slibných úloh a nejen pro další diplomové práce, ale i pro aplikace v průmyslové praxi. Podle názoru zadavatele a konzultanta, Ing. Ladislava Šmejkal, je velmi pravděpodobné, že algoritmus bude komerčně využit buď ve firmě Teco a. s. nebo v některé z aplikačních firem.

9. Seznam použité literatury:

- [1] BUBENÍK, F. - PULTAR, M: Matematické vzorce a metody, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1994.
- [2] BARTSCH,H.J. –MATEMATICKÉ VZORCE,MLADÁ FRONTA,. Vydavatelství Praha, 2000,..
- [3] ŠMEJKAL, L. - MARTINÁSKOVÁ, M: PLC a automatizace, I. základní pojmy a úvod do programování, BEN - Technická literatura, Praha, 1999
- [4] MARTINÁSKOVÁ, M. - ŠMEJKAL, L.: Řízení programovatelnými automaty. (skriptum), Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998, 2004.
- [5] MARTINÁSKOVÁ, M. - ŠMEJKAL, L.: Řízení programovatelnými automaty II. (skriptum), Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000.
- [6] MARTINÁSKOVÁ, M. - ŠMEJKAL, L.: Řízení programovatelnými automaty III (skriptum), Vydavatelství ČVUT, Praha, 2003.
- [7] ŠMEJKAL, L.: Fuzzy logika a regulace. Automatizace 46 (2003), č. 11, s. 730 - 733.
- [8] ŠMEJKAL, L, - URBAN, L.: Když se řekne... Fuzzy logika I. Automatizace 47 (2004), č. 3, s. V tisku.
- [9] ŠMEJKAL, L, - URBAN, L.: Když se řekne... Fuzzy logika II. Automatizace 47 (2004), č. 4, s. 290 - 292.
- [10] ŠMEJKAL, L, - URBAN, L.: Když se řekne... Fuzzy logika III. Automatizace 47 (2004), č. 5, s. V tisku
- [11] ŠMEJKAL, L, - URBAN, L.: Když se řekne... Fuzzy logika IV. Automatizace 47 (2004), č. 6, (v tisku).
- [12] Teco CD Info 4/2004, Teco a. s., Kolín, 2004.
- [13] Internet: www.tecomat.cz
- [14] ŠMEJKAL,L. - SLÁDEK,O.: Inteligentní řízení a diagnostika - cesta ke kvalitě, bezpečnosti a hospodárnosti, In. sborník Klimatizace a větrání, STP, Praha 2004.
- [15] ŠMEJKAL, L. – URBAN. L.: Programovatelné automaty – PLC nebo PAC? Automa 9 (2003), č. 6., s. 10.
- [16] SLÁDEK, O.: Programovatelné automaty a matematické programy. Automatizace 46 (2003), č. 2., s.103.

Přílohy k diplomové práci

Seznam příloh:

Příloha č. 1: Program PLC v jazyku mnemokódů

Příloha č. 2: Grafy prediktivního algoritmu

Příloha č. 3: Tabulky hodnot

Příloha č.1

Program PLC v jazyku mnemokódů

```

#program prediktor
; deklarace
#reg word merena, ; naposledy měřená hodnota
    predik1, ; pole predikovaných hodnot
    predik2,
    predik3,
    predik4,
    predik5,
    predik6,
    predik7,
    predik8
#reg word dif_adapt0, ; pole diferencí pro adaptaci
    dif_adapt1,
    dif_adapt2,
    dif_adapt3,
    dif_adapt4,
    dif_adapt5,
    dif_adapt6,
    dif_adapt7,
    dif_adapt8_test
#reg word dif_predik0, ; pole diferencí pro predikci
    dif_predik1,
    dif_predik2,
    dif_predik3,
    dif_predik4,
    dif_predik5,
    dif_predik6,
    dif_predik7
; .....
P 0
; proces základní (nejrychlejší) smyčky
; .....
; aktivace procesu P10 s krokem 10 s
ld      s20.3 ; náběžná hrana průběhu 10s
          ; s20.2 pro 1s, s20.1 pro 0,5 s, ....
wr      s25.1 ; aktivační příznak procesu P10
; .....
E 0

P 10
; proces prediktoru - aktivován s krokem 10 s
;
; adaptační část
; výpočet nových diferencí do pole pro predikci
ld      merena
wr      dif_predik0 ; naposled měřená hodnota
sub     dif_adapt0 ; minule měřená hodnota
wr      dif_predik1 ; 1. difference nově spočtená
sub     dif_adapt1 ; 1. difference minulá
wr      dif_predik2 ; 2. difference nově spočtená

```

```

sub    dif_adapt2    ; 2. difference minulé
wr     dif_predik3   ; 3. difference nově spočtená
sub    dif_adapt3    ; 3. difference minulé
wr     dif_predik4   ; 4. difference nově spočtená
sub    dif_adapt4    ; 4. difference minulé
wr     dif_predik5   ; 5. difference nově spočtená
sub    dif_adapt5    ; 5. difference minulé
wr     dif_predik6   ; 6. difference nově spočtená
sub    dif_adapt6    ; 6. difference minulé
wr     dif_predik7   ; 7. difference nově spočtená
sub    dif_adapt7    ; 7. difference minulé
wr     dif_adapt8_test ; 8. difference pro testování

```

```

;
; kopie nových diferencí do pole pro adaptaci

```

```

ld     dif_predik0   ; naposled měřená hodnota
wr     dif_adapt0
ld     dif_predik1   ; 1. difference nově spočtená
wr     dif_adapt1
ld     dif_predik2   ; 2. difference nově spočtená
wr     dif_adapt2
ld     dif_predik3   ; 3. difference nově spočtená
wr     dif_adapt3
ld     dif_predik4   ; 4. difference nově spočtená
wr     dif_adapt4
ld     dif_predik5   ; 5. difference nově spočtená
wr     dif_adapt5
ld     dif_predik6   ; 6. difference nově spočtená
wr     dif_adapt6
ld     dif_predik7   ; 7. difference nově spočtená
wr     dif_adapt7

```

```

;
;
; predikční část
cal L1

```

```

wr     predik1
cal    L1
wr     predik2
cal    L1
wr     predik3
cal    L1
wr     predik4
cal    L1
wr     predik5
cal    L1
wr     predik6
cal    L1
wr     predik7
cal    L1
wr     predik8

```

```

; .....
E 10

```

```

P 60

```

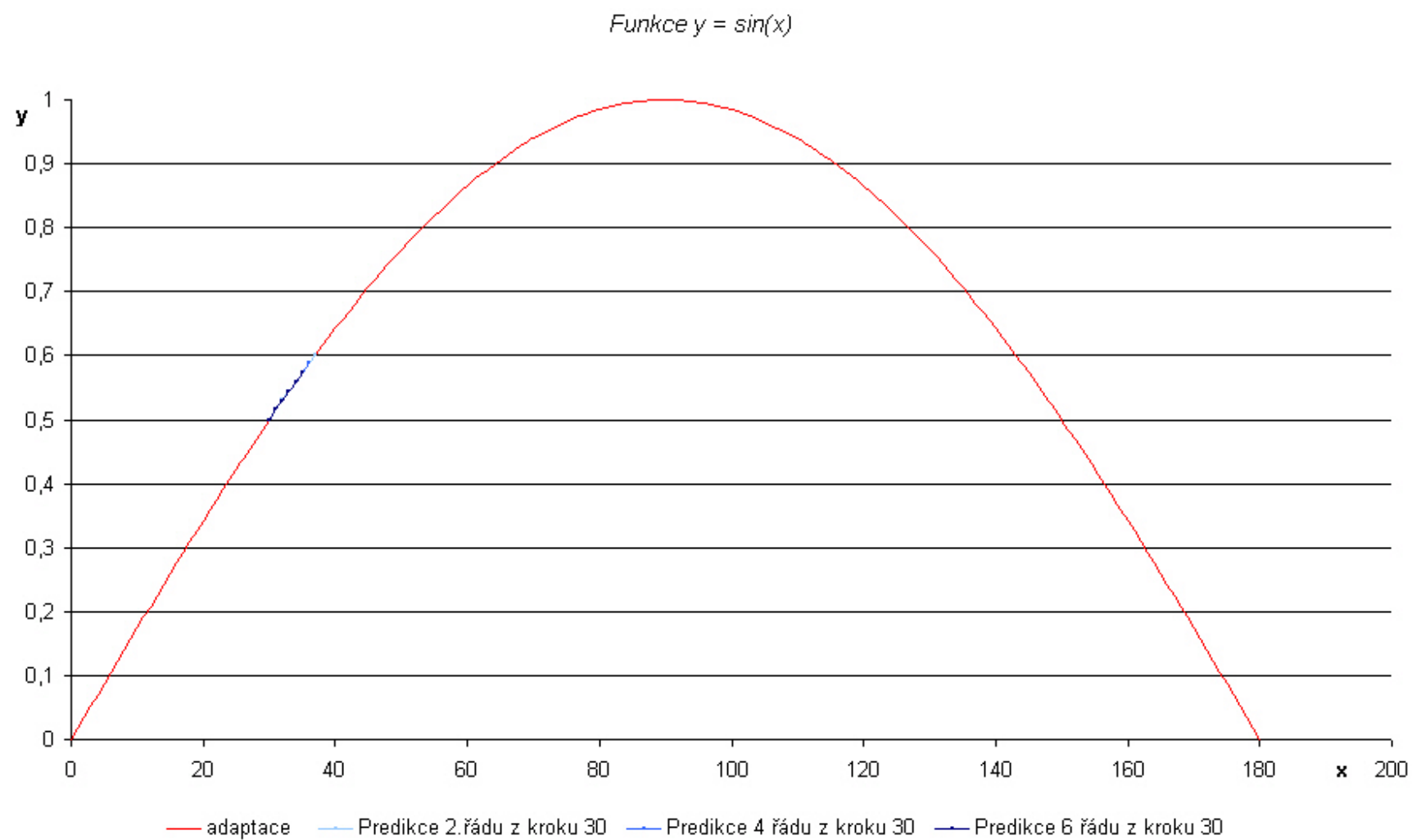
```

; balík podprogramů
L 1 ; podprogram pro výpočet predikčního kroku
ld    dif_predik7    ; 7. difference - konstantní
add   dif_predik6    ; 6. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik6    ; 6. difference nová
add   dif_predik5    ; 5. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik5    ; 5. difference nová
add   dif_predik4    ; 4. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik4    ; 4. difference nová
add   dif_predik3    ; 3. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik3    ; 3. difference nová
add   dif_predik2    ; 2. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik2    ; 2. difference nová
add   dif_predik1    ; 1. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik1    ; 1. difference nová
add   dif_predik0    ; 0. difference z předchozího kroku
wr    dif_predik0    ; nová predikovaná hodnota
ret
; .....
E 60

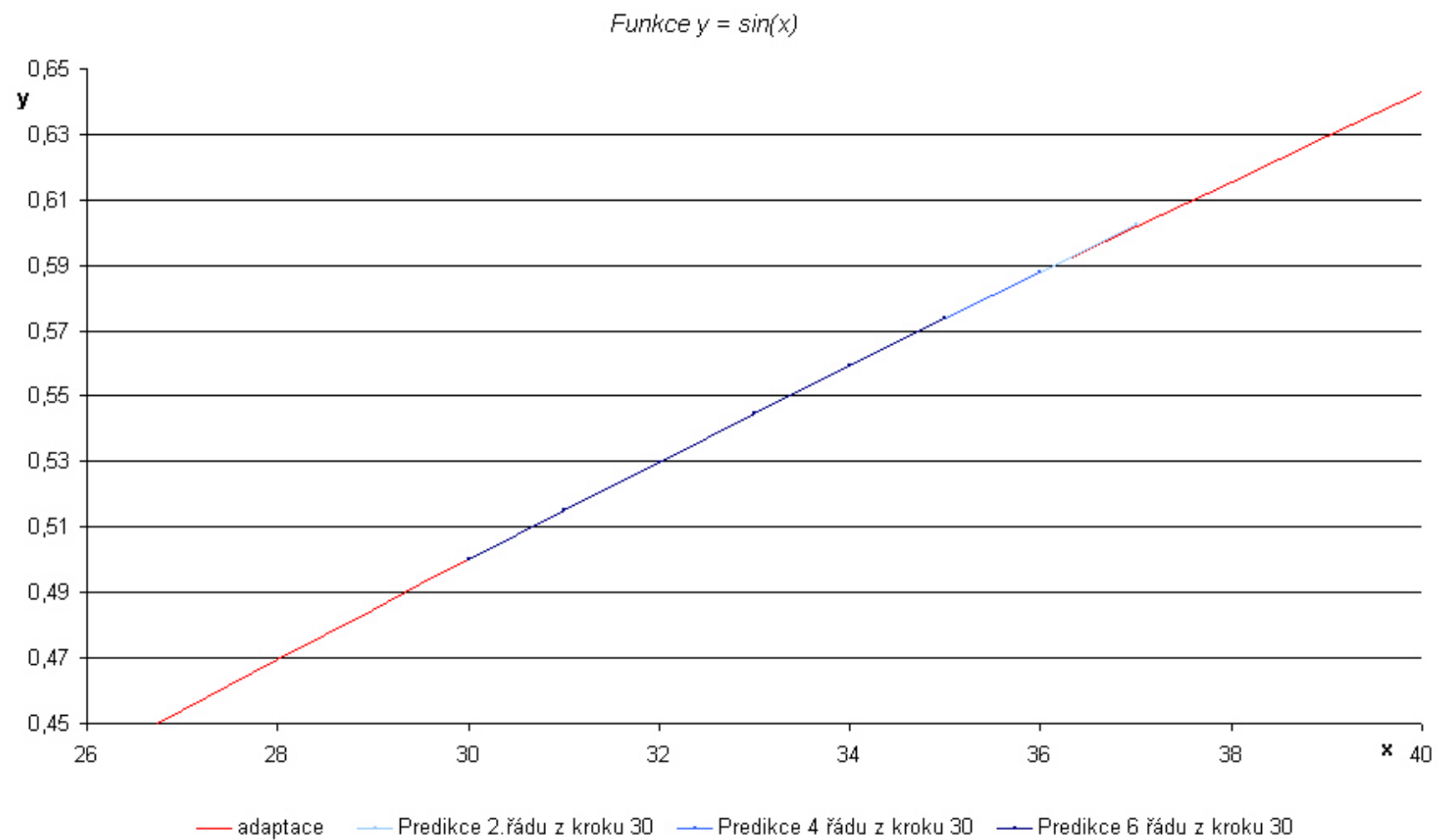
```

Příloha č.2

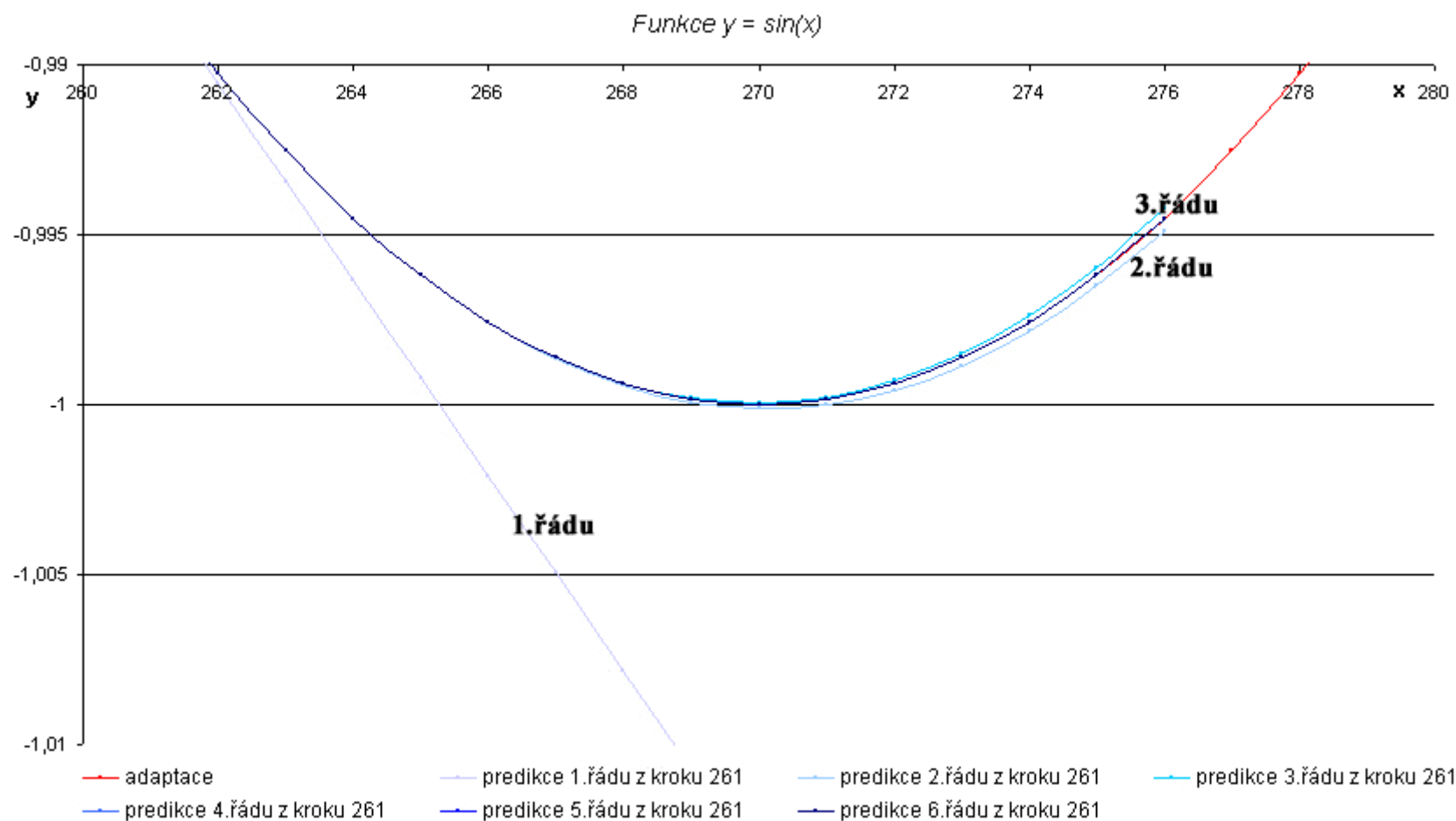
Grafy prediktivního algoritmu



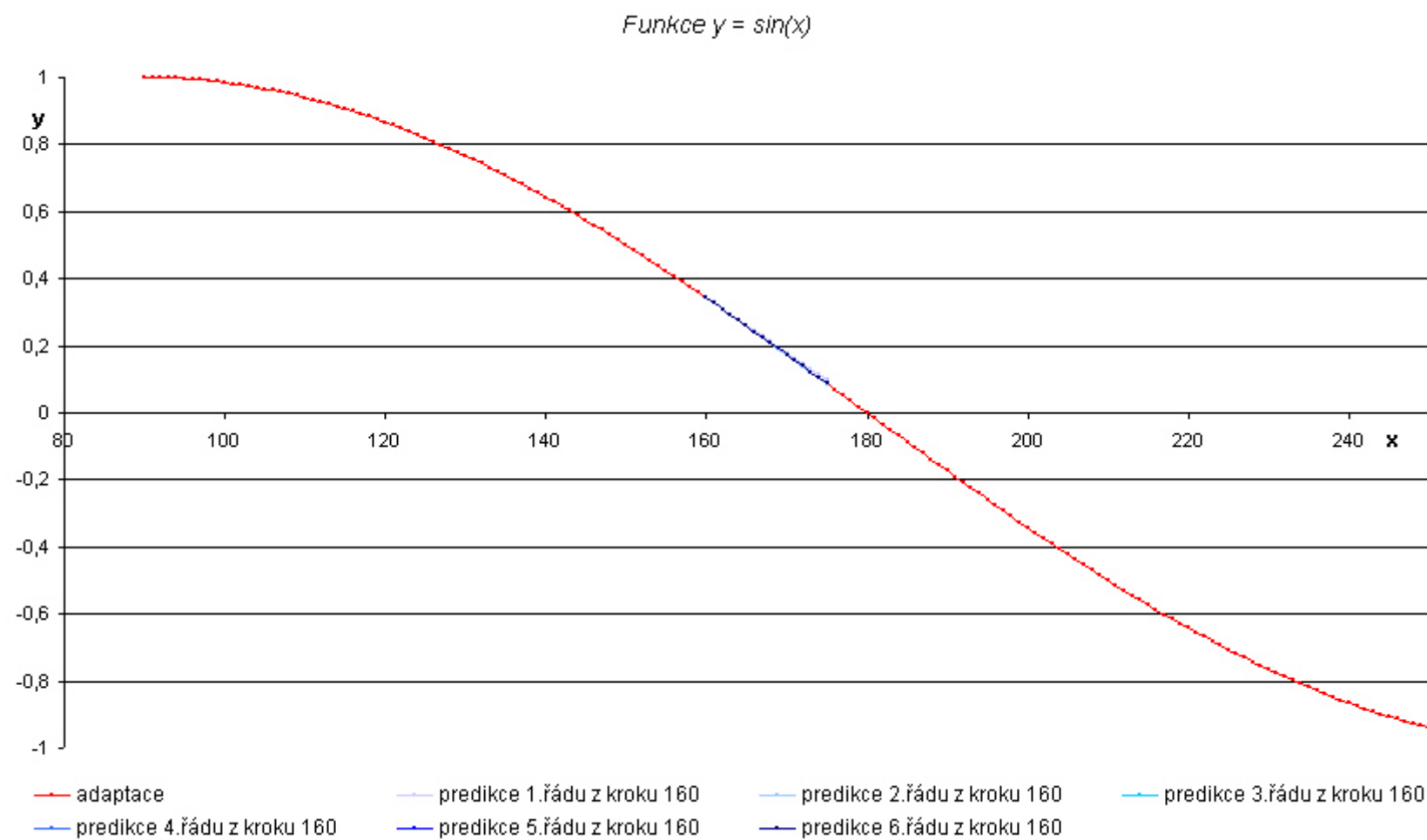
Obr.1. Funkce $y = \sin(x)$



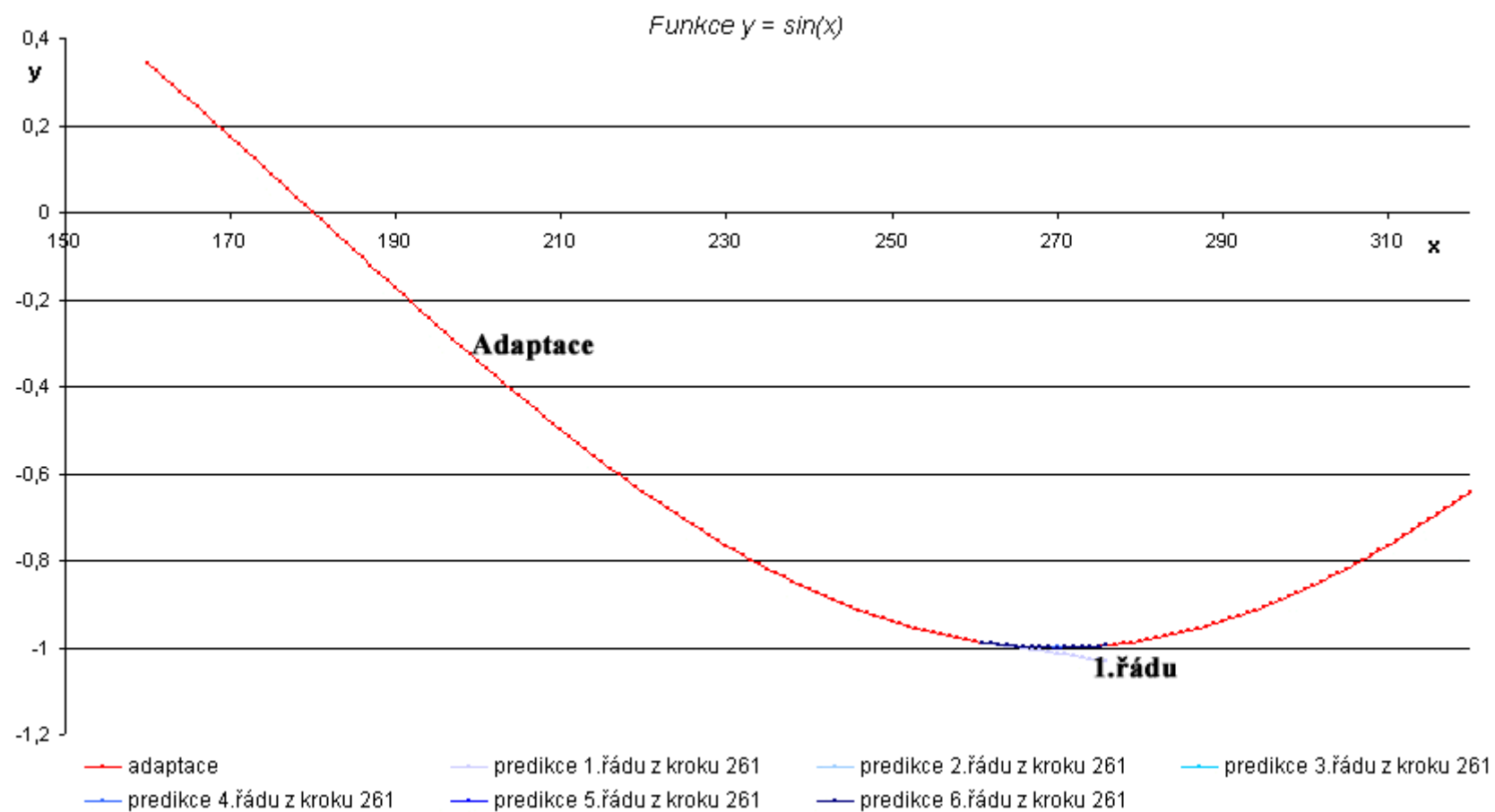
Obr.2. Funkce $y = \sin(x)$



Obr.3. Funkce $y = \sin(x)$



Obr.4. Funkce $y = \sin(x)$



Obr.5. Funkce $y = \sin(x)$

Příloha č.3

Tabulky hodnot

Obsah :

Parabola kvadratická- tab.č. 1-7.

Parabola kubická – tab.č. 8-14.

Exponenciální funkce $y = e^{-x}$ - tab.č. 15-21.

Exponenciální funkce $y = e^x$ - tab.č. 22-34.

Exponenciální funkce $y = 2^k$ tab.č. 35-59.

Funkce $\sin(x)$ – tab.č. 60-64.

Obsah :

Parabola kvadratická- tab.č. 1-7.

Parabola kubická – tab.č. 8-14.

Exponenciální funkce $y = e^{-x}$ - tab.č. 15-21.

Exponenciální funkce $y = e^x$ - tab.č. 22-34.

Exponenciální funkce $y = 2^k$ tab.č. 35-59.

Funkce $\sin(x)$ – tab.č. 60-64.

Tab.č. 1 Parabola – adaptace

PARABOLA $y = x^2$									
Adaptace									
krok	pozice	$y = x^2$	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	-10	100	0	0	0	0	0	0	0
1	-9	81	-19	-19	-19	-19	-19	-19	-19
2	-8	64	-17	2	21	40	59	78	97
3	-7	49	-15	2	0	-21	-61	-120	-198
4	-6	36	-13	2	0	0	21	82	202
5	-5	25	-11	2	0	0	0	-21	-103
6	-4	16	-9	2	0	0	0	0	21
7	-3	9	-7	2	0	0	0	0	0
8	-2	4	-5	2	0	0	0	0	0
9	-1	1	-3	2	0	0	0	0	0
10	0	0	-1	2	0	0	0	0	0
11	1	1	1	2	0	0	0	0	0
12	2	4	3	2	0	0	0	0	0
13	3	9	5	2	0	0	0	0	0
14	4	16	7	2	0	0	0	0	0
15	5	25	9	2	0	0	0	0	0
16	6	36	11	2	0	0	0	0	0
17	7	49	13	2	0	0	0	0	0
18	8	64	15	2	0	0	0	0	0
19	9	81	17	2	0	0	0	0	0
20	10	100	19	2	0	0	0	0	0

Tab.č. 2 Parabola - predikce 1.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$			
predikce 1.řádu z kroku 6			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
6	16	-9	0
7	7	-9	0
8	-2	-9	0
9	-11	-9	0
10	-20	-9	0
11	-29	-9	0
12	-38	-9	0
13	-47	-9	0
14	-56	-9	0
15	-65	-9	0
16	-74	-9	0
17	-83	-9	0
18	-92	-9	0
19	-101	-9	0
20	-110	-9	0

Tab.č. 3 Parabola – predikce 2.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$				
predikce 2.řádu z kroku 6				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
6	16	-9	2	0
7	9	-7	2	0
8	4	-5	2	0
9	1	-3	2	0
10	0	-1	2	0
11	1	1	2	0
12	4	3	2	0
13	9	5	2	0
14	16	7	2	0
15	25	9	2	0
16	36	11	2	0
17	49	13	2	0
18	64	15	2	0
19	81	17	2	0
20	100	19	2	0

Tab.č. 4 Parabola - predikce 3.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$					
predikce 3.řádu z kroku 6					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
6	16	-9	2	0	0
7	9	-7	2	0	0
8	4	-5	2	0	0
9	1	-3	2	0	0
10	0	-1	2	0	0
11	1	1	2	0	0
12	4	3	2	0	0
13	9	5	2	0	0
14	16	7	2	0	0
15	25	9	2	0	0
16	36	11	2	0	0
17	49	13	2	0	0
18	64	15	2	0	0
19	81	17	2	0	0
20	100	19	2	0	0

Tab.č. 5 Parabola - predikce 4.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$						
predikce 4.řádu z kroku 6						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
6	16	-9	2	0	0	0
7	9	-7	2	0	0	0
8	4	-5	2	0	0	0
9	1	-3	2	0	0	0
10	0	-1	2	0	0	0
11	1	1	2	0	0	0
12	4	3	2	0	0	0
13	9	5	2	0	0	0
14	16	7	2	0	0	0
15	25	9	2	0	0	0
16	36	11	2	0	0	0
17	49	13	2	0	0	0
18	64	15	2	0	0	0
19	81	17	2	0	0	0
20	100	19	2	0	0	0

Tab.č. 6 Parabola - predikce 5.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$							
predikce 5.řádu z kroku 6							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
6	16	-9	2	0	0	0	0
7	9	-7	2	0	0	0	0
8	4	-5	2	0	0	0	0
9	1	-3	2	0	0	0	0
10	0	-1	2	0	0	0	0
11	1	1	2	0	0	0	0
12	4	3	2	0	0	0	0
13	9	5	2	0	0	0	0
14	16	7	2	0	0	0	0
15	25	9	2	0	0	0	0
16	36	11	2	0	0	0	0
17	49	13	2	0	0	0	0
18	64	15	2	0	0	0	0
19	81	17	2	0	0	0	0
20	100	19	2	0	0	0	0

Tab.č. 7 Parabola - predikce 6.řádu

Predikce – parabola $y = x^2$								
predikce 6.řádu z kroku 6								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
6	16	-9	2	0	0	0	0	0
7	9	-7	2	0	0	0	0	0
8	4	-5	2	0	0	0	0	0
9	1	-3	2	0	0	0	0	0
10	0	-1	2	0	0	0	0	0
11	1	1	2	0	0	0	0	0
12	4	3	2	0	0	0	0	0
13	9	5	2	0	0	0	0	0
14	16	7	2	0	0	0	0	0
15	25	9	2	0	0	0	0	0
16	36	11	2	0	0	0	0	0
17	49	13	2	0	0	0	0	0
18	64	15	2	0	0	0	0	0
19	81	17	2	0	0	0	0	0
20	100	19	2	0	0	0	0	0

Tab.č. 8 Normální kubická parabola

Parabola $y = x^3$									
Adaptace									
krok	pozice	$y = x^3$	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	-10	-1000	0	0	0	0	0	0	0
1	-9	-729	271	271	271	271	271	271	271
2	-8	-512	217	-54	-325	-596	-867	-1138	-1409
3	-7	-343	169	-48	6	331	927	1794	2932
4	-6	-216	127	-42	6	0	-331	-1258	-3052
5	-5	-125	91	-36	6	0	0	331	1589
6	-4	-64	61	-30	6	0	0	0	-331
7	-3	-27	37	-24	6	0	0	0	0
8	-2	-8	19	-18	6	0	0	0	0
9	-1	-1	7	-12	6	0	0	0	0
10	0	0	1	-6	6	0	0	0	0
11	1	1	1	0	6	0	0	0	0
12	2	8	7	6	6	0	0	0	0
13	3	27	19	12	6	0	0	0	0
14	4	64	37	18	6	0	0	0	0
15	5	125	61	24	6	0	0	0	0
16	6	216	91	30	6	0	0	0	0
17	7	343	127	36	6	0	0	0	0
18	8	512	169	42	6	0	0	0	0
19	9	729	217	48	6	0	0	0	0
20	10	1000	271	54	6	0	0	0	0

Tab.č. 9 Kubická parabola 1.řádu

Predikce $y = x^3$			
predikce 1.řádu z kroku 6			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
6	-64	61	0
7	-3	61	0
8	58	61	0
9	119	61	0
10	180	61	0
11	241	61	0
12	302	61	0
13	363	61	0
14	424	61	0
15	485	61	0
16	546	61	0
17	607	61	0
18	668	61	0
19	729	61	0
20	790	61	0

Tab.č. 10 Kubická parabola 2.řádu

Predikce $y = x^3$				
predikce 2.řádu z kroku 6				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
6	-64	61	-30	0
7	-33	31	-30	0
8	-32	1	-30	0
9	-61	-29	-30	0
10	-120	-59	-30	0
11	-209	-89	-30	0
12	-328	-119	-30	0
13	-477	-149	-30	0
14	-656	-179	-30	0
15	-865	-209	-30	0
16	-1104	-239	-30	0
17	-1373	-269	-30	0
18	-1672	-299	-30	0
19	-2001	-329	-30	0
20	-2360	-359	-30	0

Tab.č. 11 Kubická parabola 3.řádu

Predikce $y = x^3$					
predikce 3.řádu z kroku 6					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
6	-64	61	-30	6	0
7	-27	37	-24	6	0
8	-8	19	-18	6	0
9	-1	7	-12	6	0
10	0	1	-6	6	0
11	1	1	0	6	0
12	8	7	6	6	0
13	27	19	12	6	0
14	64	37	18	6	0
15	125	61	24	6	0
16	216	91	30	6	0
17	343	127	36	6	0
18	512	169	42	6	0
19	729	217	48	6	0
20	1000	271	54	6	0

Tab.č. 12 Kubická parabola 4.řádu

Predikce $y = x^3$						
predikce 4.řádu z kroku 6						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
6	-64	61	-30	6	0	0
7	-27	37	-24	6	0	0
8	-8	19	-18	6	0	0
9	-1	7	-12	6	0	0
10	0	1	-6	6	0	0
11	1	1	0	6	0	0
12	8	7	6	6	0	0
13	27	19	12	6	0	0
14	64	37	18	6	0	0
15	125	61	24	6	0	0
16	216	91	30	6	0	0
17	343	127	36	6	0	0
18	512	169	42	6	0	0
19	729	217	48	6	0	0
20	1000	271	54	6	0	0

Tab.č. 13 Kubická parabola 5.řádu

Predikce $y = x^3$							
predikce 5.řádu z kroku 6							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
6	-64	61	-30	6	0	0	0
7	-27	37	-24	6	0	0	0
8	-8	19	-18	6	0	0	0
9	-1	7	-12	6	0	0	0
10	0	1	-6	6	0	0	0
11	1	1	0	6	0	0	0
12	8	7	6	6	0	0	0
13	27	19	12	6	0	0	0
14	64	37	18	6	0	0	0
15	125	61	24	6	0	0	0
16	216	91	30	6	0	0	0
17	343	127	36	6	0	0	0
18	512	169	42	6	0	0	0
19	729	217	48	6	0	0	0
20	1000	271	54	6	0	0	0

Tab.č. 14 Kubická parabola 6.řádu

Predikce $y = x^3$								
predikce 6.řádu z kroku 6								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
6	-64	61	-30	6	0	0	0	0
7	-27	37	-24	6	0	0	0	0
8	-8	19	-18	6	0	0	0	0
9	-1	7	-12	6	0	0	0	0
10	0	1	-6	6	0	0	0	0
11	1	1	0	6	0	0	0	0
12	8	7	6	6	0	0	0	0
13	27	19	12	6	0	0	0	0
14	64	37	18	6	0	0	0	0
15	125	61	24	6	0	0	0	0
16	216	91	30	6	0	0	0	0
17	343	127	36	6	0	0	0	0
18	512	169	42	6	0	0	0	0
19	729	217	48	6	0	0	0	0
20	1000	271	54	6	0	0	0	0

Tab.č. 15 Exponenciální funkce $y = e^{-x}$

Transcendentní – exponenciální funkce $y = e^{-x}$									
Adaptace									
krok	pozice	y(a)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,2	0,818748	0,818748	0,818748	0,818748	0,818748	0,818748	0,818748	0,818748
2	0,4	0,670348	-0,1484	-0,96715	-1,7859	-2,60464	-3,42339	-4,24214	-5,06089
3	0,6	0,548846	-0,1215	0,026898	0,994045	2,779941	5,384584	8,807975	13,05011
4	0,8	0,449366	-0,09948	0,022023	-0,00488	-0,99892	-3,77886	-9,16345	-17,9714
5	1	0,367918	-0,08145	0,018031	-0,00399	0,000884	0,999804	4,778666	13,94211
6	1,2	0,301232	-0,06669	0,014763	-0,00327	0,000723	-0,00016	-0,99996	-5,77863
7	1,4	0,246633	-0,0546	0,012087	-0,00268	0,000592	-0,00013	2,9E-05	0,999994
8	1,6	0,20193	-0,0447	0,009896	-0,00219	0,000485	-0,00011	2,38E-05	-5,3E-06
9	1,8	0,16533	-0,0366	0,008102	-0,00179	0,000397	-8,8E-05	1,95E-05	-4,3E-06
10	2	0,135363	-0,02997	0,006634	-0,00147	0,000325	-7,2E-05	1,59E-05	-3,5E-06
11	2,2	0,110828	-0,02453	0,005431	-0,0012	0,000266	-5,9E-05	1,3E-05	-2,9E-06
12	2,4	0,090741	-0,02009	0,004447	-0,00098	0,000218	-4,8E-05	1,07E-05	-2,4E-06
13	2,6	0,074294	-0,01645	0,003641	-0,00081	0,000178	-4E-05	8,74E-06	-1,9E-06
14	2,8	0,060828	-0,01347	0,002981	-0,00066	0,000146	-3,2E-05	7,16E-06	-1,6E-06
15	3	0,049803	-0,01103	0,002441	-0,00054	0,00012	-2,6E-05	5,86E-06	-1,3E-06
16	3,2	0,040776	-0,00903	0,001998	-0,00044	9,79E-05	-2,2E-05	4,8E-06	-1,1E-06
17	3,4	0,033385	-0,00739	0,001636	-0,00036	8,02E-05	-1,8E-05	3,93E-06	-8,7E-07
18	3,6	0,027334	-0,00605	0,00134	-0,0003	6,57E-05	-1,5E-05	3,22E-06	-7,1E-07
19	3,8	0,02238	-0,00495	0,001097	-0,00024	5,38E-05	-1,2E-05	2,63E-06	-5,8E-07
20	4	0,018323	-0,00406	0,000898	-0,0002	4,4E-05	-9,7E-06	2,16E-06	-4,8E-07
21	4,2	0,015002	-0,00332	0,000735	-0,00016	3,6E-05	-8E-06	1,77E-06	-3,9E-07
22	4,4	0,012283	-0,00272	0,000602	-0,00013	2,95E-05	-6,5E-06	1,45E-06	-3,2E-07

Tab.č. 16 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = e^{-x}$			
predikce 1.řádu z kroku 10			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
10	0,135363	-0,02997	0
11	0,105397	-0,02997	0
12	0,075431	-0,02997	0
13	0,045464	-0,02997	0
14	0,015498	-0,02997	0
15	-0,01447	-0,02997	0
16	-0,04443	-0,02997	0
17	-0,0744	-0,02997	0
18	-0,10437	-0,02997	0
19	-0,13433	-0,02997	0
20	-0,1643	-0,02997	0

Tab.č. 17 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = e^{-x}$				
predikce 2.řádu z kroku 10				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
10	0,135363	-0,02997	0,006634	0
11	0,112031	-0,02333	0,006634	0
12	0,095332	-0,0167	0,006634	0
13	0,085267	-0,01006	0,006634	0
14	0,081837	-0,00343	0,006634	0
15	0,08504	0,003203	0,006634	0
16	0,094877	0,009837	0,006634	0
17	0,111347	0,016471	0,006634	0
18	0,134452	0,023105	0,006634	0
19	0,164191	0,029739	0,006634	0
20	0,200563	0,036372	0,006634	0

Tab.č. 18 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = e^{-x}$					
predikce 3.řádu z kroku 10					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
10	0,135363	-0,02997	0,006634	-0,00147	0
11	0,110562	-0,0248	0,005165	-0,00147	0
12	0,089458	-0,0211	0,003697	-0,00147	0
13	0,070582	-0,01888	0,002228	-0,00147	0
14	0,052465	-0,01812	0,00076	-0,00147	0
15	0,033639	-0,01883	-0,00071	-0,00147	0
16	0,012635	-0,021	-0,00218	-0,00147	0
17	-0,01201	-0,02465	-0,00365	-0,00147	0
18	-0,04178	-0,02976	-0,00511	-0,00147	0
19	-0,07813	-0,03635	-0,00658	-0,00147	0
20	-0,12253	-0,0444	-0,00805	-0,00147	0

Tab.č. 19 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = e^{-x}$						
predikce 4.řádu z kroku 10						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
10	0,135363	-0,02997	0,006634	-0,00147	0,000325	0
11	0,110887	-0,02448	0,00549	-0,00114	0,000325	0
12	0,091083	-0,0198	0,004672	-0,00082	0,000325	0
13	0,075458	-0,01563	0,004179	-0,00049	0,000325	0
14	0,063844	-0,01161	0,004011	-0,00017	0,000325	0
15	0,056397	-0,00745	0,004168	0,000157	0,000325	0
16	0,0536	-0,0028	0,00465	0,000482	0,000325	0
17	0,056259	0,00266	0,005457	0,000807	0,000325	0
18	0,065508	0,009249	0,006589	0,001132	0,000325	0
19	0,082804	0,017296	0,008047	0,001457	0,000325	0
20	0,109929	0,027125	0,009829	0,001783	0,000325	0

Tab.č. 20 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = e^{-x}$							
predikce 5.řádu z kroku 10							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
10	0,135363	-0,02997	0,006634	-0,00147	0,000325	-7,2E-05	0
11	0,110815	-0,02455	0,005418	-0,00122	0,000253	-7,2E-05	0
12	0,090652	-0,02016	0,004384	-0,00103	0,000181	-7,2E-05	0
13	0,073947	-0,0167	0,003459	-0,00093	0,000109	-7,2E-05	0
14	0,059813	-0,01413	0,002571	-0,00089	3,72E-05	-7,2E-05	0
15	0,047328	-0,01248	0,001649	-0,00092	-3,5E-05	-7,2E-05	0
16	0,035463	-0,01187	0,000619	-0,00103	-0,00011	-7,2E-05	0
17	0,023008	-0,01245	-0,00059	-0,00121	-0,00018	-7,2E-05	0
18	0,008506	-0,0145	-0,00205	-0,00146	-0,00025	-7,2E-05	0
19	-0,00982	-0,01833	-0,00383	-0,00178	-0,00032	-7,2E-05	0
20	-0,03416	-0,02434	-0,006	-0,00218	-0,00039	-7,2E-05	0

Tab.č. 21 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = e^{-x}$								
predikce 6.řádu z kroku 10								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
10	0,135363	-0,02997	0,006634	-0,00147	0,000325	-7,2E-05	1,593E-05	0
11	0,110831	-0,02453	0,005434	-0,0012	0,000269	-5,6E-05	1,593E-05	0
12	0,090763	-0,02007	0,004464	-0,00097	0,000229	-4E-05	1,593E-05	0
13	0,074393	-0,01637	0,003698	-0,00077	0,000205	-2,4E-05	1,593E-05	0
14	0,061152	-0,01324	0,003129	-0,00057	0,000197	-8,2E-06	1,593E-05	0
15	0,050674	-0,01048	0,002764	-0,00036	0,000204	7,69E-06	1,593E-05	0
16	0,042824	-0,00785	0,002627	-0,00014	0,000228	2,36E-05	1,593E-05	0
17	0,03773	-0,00509	0,002757	0,00013	0,000267	3,96E-05	1,593E-05	0
18	0,035847	-0,00188	0,00321	0,000453	0,000323	5,55E-05	1,593E-05	0
19	0,038022	0,002175	0,004058	0,000848	0,000394	7,14E-05	1,593E-05	0
20	0,045585	0,007562	0,005387	0,001329	0,000482	8,74E-05	1,593E-05	0

Tab.č. 22 Exponenciální funkce $y = e^x$

Transcendentní – exponenciální funkce $y = e^x$									
Adaptace									
krok	pozice	y(a)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,2	1,221377	1,221377	1,221377	1,221377	1,221377	1,221377	1,221377	1,221377
2	0,4	1,491763	0,270385	-0,95099	-2,17237	-3,39375	-4,61512	-5,8365	-7,05788
3	0,6	1,822005	0,330243	0,059857	1,010849	3,183219	6,576966	11,19209	17,02859
4	0,8	2,225356	0,403351	0,073108	0,013251	-0,9976	-4,18082	-10,7578	-21,9499
5	1	2,718	0,492644	0,089293	0,016185	0,002933	1,000532	5,181349	15,93913
6	1,2	3,319704	0,601704	0,10906	0,019767	0,003583	0,000649	-0,99988	-6,18123
7	1,4	4,054611	0,734908	0,133204	0,024143	0,004376	0,000793	0,000144	1,000026
8	1,6	4,952211	0,897599	0,162692	0,029488	0,005345	0,000969	0,000176	3,18E-05
9	1,8	6,048519	1,096308	0,198708	0,036016	0,006528	0,001183	0,000214	3,89E-05
10	2	7,387524	1,339005	0,242698	0,04399	0,007973	0,001445	0,000262	4,75E-05
11	2,2	9,022955	1,635431	0,296426	0,053728	0,009738	0,001765	0,00032	5,8E-05
12	2,4	11,02043	1,997479	0,362048	0,065622	0,011894	0,002156	0,000391	7,08E-05
13	2,6	13,46011	2,439675	0,442197	0,080149	0,014527	0,002633	0,000477	8,65E-05
14	2,8	16,43987	2,979764	0,540089	0,097892	0,017743	0,003216	0,000583	0,000106
15	3	20,07929	3,639417	0,659653	0,119564	0,021671	0,003928	0,000712	0,000129
16	3,2	24,52439	4,445102	0,805685	0,146032	0,026469	0,004798	0,00087	0,000158
17	3,4	29,95354	5,429147	0,984045	0,17836	0,032328	0,00586	0,001062	0,000193
18	3,6	36,58458	6,631037	1,201891	0,217845	0,039485	0,007157	0,001297	0,000235
19	3,8	44,68358	8,098999	1,467962	0,266071	0,048226	0,008741	0,001584	0,000287
20	4	54,57551	9,891935	1,792936	0,324974	0,058902	0,010676	0,001935	0,000351

Tab.č.23 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = e^x$			
predikce 1.řádu z kroku 10			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
10	7,387524	1,339005	0
11	8,726529	1,339005	0
12	10,06553	1,339005	0
13	11,40454	1,339005	0
14	12,74355	1,339005	0
15	14,08255	1,339005	0
16	15,42156	1,339005	0
17	16,76056	1,339005	0
18	18,09957	1,339005	0
19	19,43857	1,339005	0
20	20,77758	1,339005	0

Tab.č. 24 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = e^x$				
predikce 2.řádu z kroku 10				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
10	7,387524	1,339005	0,242698	0
11	8,969227	1,581703	0,242698	0
12	10,79363	1,824401	0,242698	0
13	12,86073	2,067099	0,242698	0
14	15,17052	2,309797	0,242698	0
15	17,72302	2,552494	0,242698	0
16	20,51821	2,795192	0,242698	0
17	23,5561	3,03789	0,242698	0
18	26,83669	3,280588	0,242698	0
19	30,35997	3,523286	0,242698	0
20	34,12596	3,765983	0,242698	0

Tab.č. 25 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = e^x$					
predikce 3.řádu z kroku 10					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
10	7,387524	1,339005	0,242698	0,04399	0
11	9,013217	1,625693	0,286687	0,04399	0
12	10,96959	1,95637	0,330677	0,04399	0
13	13,30062	2,331036	0,374666	0,04399	0
14	16,05031	2,749692	0,418656	0,04399	0
15	19,26265	3,212337	0,462645	0,04399	0
16	22,98162	3,718972	0,506635	0,04399	0
17	27,25122	4,269597	0,550624	0,04399	0
18	32,11543	4,864211	0,594614	0,04399	0
19	37,61824	5,502814	0,638603	0,04399	0
20	43,80365	6,185407	0,682593	0,04399	0

Tab.č. 26 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = e^x$						
predikce 4.řádu z kroku 10						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
10	7,387524	1,339005	0,242698	0,04399	0,007973	0
11	9,02119	1,633666	0,294661	0,051963	0,007973	0
12	11,00945	1,988262	0,354596	0,059936	0,007973	0
13	13,42022	2,410768	0,422506	0,067909	0,007973	0
14	16,32938	2,909156	0,498388	0,075882	0,007973	0
15	19,82078	3,491399	0,582243	0,083856	0,007973	0
16	23,98625	4,165471	0,674072	0,091829	0,007973	0
17	28,92559	4,939346	0,773874	0,099802	0,007973	0
18	34,74659	5,820995	0,881649	0,107775	0,007973	0
19	41,56498	6,818392	0,997398	0,115748	0,007973	0
20	49,50449	7,939511	1,121119	0,123722	0,007973	0

Tab.č. 27 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = e^x$							
predikce 5.řádu z kroku 10							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
10	7,387524	1,339005	0,242698	0,04399	0,007973	0,001445	0
11	9,022635	1,635111	0,296106	0,053408	0,009418	0,001445	0
12	11,01812	1,995488	0,360377	0,064271	0,010864	0,001445	0
13	13,45057	2,432445	0,436957	0,07658	0,012309	0,001445	0
14	16,41031	2,959736	0,527291	0,090334	0,013754	0,001445	0
15	20,00287	3,592561	0,632824	0,105533	0,015199	0,001445	0
16	24,35043	4,347562	0,755001	0,122177	0,016644	0,001445	0
17	29,59326	5,242829	0,895268	0,140266	0,018089	0,001445	0
18	35,89115	6,297898	1,055068	0,159801	0,019534	0,001445	0
19	43,4249	7,533747	1,235849	0,180781	0,02098	0,001445	0
20	52,3977	8,972801	1,439054	0,203205	0,022425	0,001445	0

Tab.č. 28 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = e^x$								
predikce 6.řádu z kroku 10								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
10	7,387524	1,339005	0,242698	0,04399	0,007973	0,001445	0,000261939	0
11	9,022897	1,635373	0,296368	0,05367	0,00968	0,001707	0,000261939	0
12	11,01996	1,99706	0,361687	0,065319	0,011649	0,001969	0,000261939	0
13	13,4579	2,437946	0,440886	0,079199	0,01388	0,002231	0,000261939	0
14	16,43231	2,974405	0,536459	0,095573	0,016373	0,002493	0,000261939	0
15	20,05787	3,625565	0,65116	0,114701	0,019128	0,002755	0,000261939	0
16	24,47144	4,41357	0,788005	0,136846	0,022145	0,003017	0,000261939	0
17	29,83529	5,363845	0,950275	0,162269	0,025424	0,003279	0,000261939	0
18	36,34064	6,505353	1,141508	0,191234	0,028964	0,003541	0,000261939	0
19	44,2115	7,870862	1,365509	0,224	0,032767	0,003803	0,000261939	0
20	53,70871	9,497202	1,626341	0,260832	0,036831	0,004065	0,000261939	0

Tab.č.29 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = e^x$			
predikce 1.řádu z kroku 20			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
20	54,57551	9,891935	0
21	64,46745	9,891935	0
22	74,35938	9,891935	0
23	84,25132	9,891935	0
24	94,14325	9,891935	0
25	104,0352	9,891935	0
26	113,9271	9,891935	0
27	123,8191	9,891935	0
28	133,711	9,891935	0
29	143,6029	9,891935	0
30	153,4949	9,891935	0

Tab.č. 30 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = e^x$				
predikce 2.řádu z kroku 20				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
20	54,57551	9,891935	1,792936	0
21	66,26038	11,68487	1,792936	0
22	79,73819	13,47781	1,792936	0
23	95,00893	15,27074	1,792936	0
24	112,0726	17,06368	1,792936	0
25	130,9292	18,85661	1,792936	0
26	151,5788	20,64955	1,792936	0
27	174,0213	22,44249	1,792936	0
28	198,2567	24,23542	1,792936	0
29	224,285	26,02836	1,792936	0
30	252,1063	27,82129	1,792936	0

Tab.č. 31 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = e^x$					
predikce 3.řádu z kroku 20					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
20	54,57551	9,891935	1,792936	0,324974	0
21	66,58536	12,00984	2,117909	0,324974	0
22	81,03808	14,45273	2,442883	0,324974	0
23	98,25867	17,22058	2,767857	0,324974	0
24	118,5721	20,31341	3,09283	0,324974	0
25	142,3033	23,73122	3,417804	0,324974	0
26	169,7773	27,474	3,742778	0,324974	0
27	201,319	31,54175	4,067751	0,324974	0
28	237,2535	35,93447	4,392725	0,324974	0
29	277,9057	40,65217	4,717699	0,324974	0
30	323,6005	45,69484	5,042672	0,324974	0

Tab.č. 32 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = e^x$						
predikce 4.řádu z kroku 20						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
20	54,57551	9,891935	1,792936	0,324974	0,058902	0
21	66,64426	12,06875	2,176812	0,383876	0,058902	0
22	81,33259	14,68834	2,61959	0,442778	0,058902	0
23	99,1422	17,80961	3,12127	0,50168	0,058902	0
24	120,6337	21,49146	3,681852	0,560583	0,058902	0
25	146,4265	25,7928	4,301337	0,619485	0,058902	0
26	177,199	30,77252	4,979724	0,678387	0,058902	0
27	213,6885	36,48953	5,717013	0,737289	0,058902	0
28	256,6912	43,00274	6,513205	0,796191	0,058902	0
29	307,0623	50,37104	7,368298	0,855094	0,058902	0
30	365,7156	58,65333	8,282294	0,913996	0,058902	0

Tab.č. 33 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = e^x$							
predikce 5.řádu z kroku 20							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
20	54,57551	9,891935	1,792936	0,324974	0,058902	0,010676	0
21	66,65493	12,07942	2,187488	0,394552	0,069578	0,010676	0
22	81,39665	14,74172	2,662294	0,474807	0,080255	0,010676	0
23	99,3664	17,96975	3,228032	0,565737	0,090931	0,010676	0
24	121,2315	21,86512	3,895376	0,667344	0,101607	0,010676	0
25	147,7717	26,54013	4,675003	0,779627	0,112283	0,010676	0
26	179,8894	32,11772	5,577589	0,902586	0,122959	0,010676	0
27	218,6209	38,73153	6,613811	1,036222	0,133635	0,010676	0
28	265,1468	46,52587	7,794344	1,180533	0,144311	0,010676	0
29	320,8025	55,65574	9,129865	1,335521	0,154988	0,010676	0
30	387,0893	66,28678	10,63105	1,501185	0,165664	0,010676	0

Tab.č. 34 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = e^x$								
predikce 6.řádu z kroku 20								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
20	54,57551	9,891935	1,792936	0,324974	0,058902	0,010676	0,001935078	0
21	66,65687	12,08136	2,189423	0,396487	0,071513	0,012611	0,001935078	0
22	81,4102	14,75333	2,67197	0,482547	0,08606	0,014546	0,001935078	0
23	99,42058	18,01039	3,257058	0,585088	0,102541	0,016481	0,001935078	0
24	121,3941	21,97349	3,963103	0,706046	0,120958	0,018416	0,001935078	0
25	148,178	26,78395	4,810458	0,847355	0,141309	0,020352	0,001935078	0
26	180,7834	32,60536	5,821409	1,010951	0,163596	0,022287	0,001935078	0
27	220,4089	39,62553	7,020177	1,198768	0,187818	0,024222	0,001935078	0
28	268,4674	48,05845	8,43292	1,412743	0,213974	0,026157	0,001935078	0
29	326,6135	58,14618	10,08773	1,654809	0,242066	0,028092	0,001935078	0
30	396,7744	70,16081	12,01463	1,926902	0,272093	0,030027	0,001935078	0

Tab.č. 35 Exponenciální funkce $y = 2^k$

Transcendentní – exponenciální funkce $y = 2^k$										
adaptace										
krok	krok	pozice	y(a)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	0	-1	0,5	0	0	0	0	0	0	0
1	1	-0,5	0,707107	0,207107	0,207107	0,207107	0,207107	0,207107	0,207107	0,207107
2	2	0	1	0,292893	0,085786	-0,12132	-0,32843	-0,53553	-0,74264	-0,94975
3	3	0,5	1,414214	0,414214	0,12132	0,035534	0,156854	0,485281	1,020815	1,763456
4	4	1	2	0,585786	0,171573	0,050253	0,014719	-0,14214	-0,62742	-1,64823
5	5	1,5	2,828427	0,828427	0,242641	0,071068	0,020815	0,006097	0,148232	0,775649
6	6	2	4	1,171573	0,343146	0,100505	0,029437	0,008622	0,002525	-0,14571
7	7	2,5	5,656854	1,656854	0,485281	0,142136	0,041631	0,012193	0,003571	0,001046
8	8	3	8	2,343146	0,686292	0,20101	0,058875	0,017244	0,005051	0,001479
9	9	3,5	11,31371	3,313708	0,970563	0,284271	0,083261	0,024387	0,007143	0,002092
10	10	4	16	4,686292	1,372583	0,40202	0,117749	0,034488	0,010101	0,002959
11	11	4,5	22,62742	6,627417	1,941125	0,568542	0,166522	0,048773	0,014285	0,004184
12	12	5	32	9,372583	2,745166	0,804041	0,235498	0,068976	0,020203	0,005917
13	13	5,5	45,25483	13,25483	3,882251	1,137085	0,333044	0,097546	0,028571	0,008368
14	14	6	64	18,74517	5,490332	1,608081	0,470996	0,137952	0,040405	0,011834
15	15	6,5	90,50967	26,50967	7,764502	2,27417	0,666089	0,195093	0,057141	0,016736
16	16	7	128	37,49033	10,98066	3,216162	0,941992	0,275903	0,08081	0,023669
17	17	7,5	181,0193	53,01934	15,529	4,54834	1,332178	0,390186	0,114283	0,033473
18	18	8	256	74,98066	21,96133	6,432324	1,883984	0,551806	0,16162	0,047337
19	19	8,5	362,0387	106,0387	31,05801	9,09668	2,664356	0,780372	0,228566	0,066945
20	20	9	512	149,9613	43,92266	12,86465	3,767968	1,103612	0,323241	0,094675
21	21	9,5	724,0773	212,0773	62,11602	18,19336	5,328712	1,560744	0,457131	0,133891
22	22	10	1024	299,9227	87,84531	25,7293	7,535936	2,207225	0,646481	0,18935

Tab.č. 36 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = 2^k$			
predikce 1.řádu z kroku 4			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
4	2	0,585786	0
5	2,585786	0,585786	0
6	3,171573	0,585786	0
7	3,757359	0,585786	0
8	4,343146	0,585786	0
9	4,928932	0,585786	0
10	5,514719	0,585786	0
11	6,100505	0,585786	0
12	6,686292	0,585786	0
13	7,272078	0,585786	0
14	7,857864	0,585786	0
15	8,443651	0,585786	0
16	9,029437	0,585786	0
17	9,615224	0,585786	0

Tab.č. 37 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = 2^k$				
predikce 2.řádu z kroku 4				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
4	2	0,585786	0,171573	0
5	2,757359	0,757359	0,171573	0
6	3,686292	0,928932	0,171573	0
7	4,786797	1,100505	0,171573	0
8	6,058875	1,272078	0,171573	0
9	7,502525	1,443651	0,171573	0
10	9,117749	1,615224	0,171573	0
11	10,90455	1,786797	0,171573	0
12	12,86292	1,958369	0,171573	0
13	14,99286	2,129942	0,171573	0
14	17,29437	2,301515	0,171573	0
15	19,76746	2,473088	0,171573	0
16	22,41212	2,644661	0,171573	0
17	25,22836	2,816234	0,171573	0

Tab.č. 38 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = 2^k$					
predikce 3.řádu z kroku 4					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
4	2	0,585786	0,171573	0,050253	0
5	2,807612	0,807612	0,221825	0,050253	0
6	3,887302	1,07969	0,272078	0,050253	0
7	5,289322	1,40202	0,32233	0,050253	0
8	7,063925	1,774603	0,372583	0,050253	0
9	9,261364	2,197439	0,422836	0,050253	0
10	11,93189	2,670527	0,473088	0,050253	0
11	15,12576	3,193867	0,523341	0,050253	0
12	18,89322	3,767461	0,573593	0,050253	0
13	23,28453	4,391306	0,623846	0,050253	0
14	28,34993	5,065404	0,674098	0,050253	0
15	34,13968	5,789755	0,724351	0,050253	0
16	40,70404	6,564358	0,774603	0,050253	0
17	48,09326	7,389214	0,824856	0,050253	0

Tab.č. 39 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = 2^k$						
predikce 4.řádu z kroku 4						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
4	2	0,585786	0,171573	0,050253	0,014719	0
5	2,82233	0,82233	0,236544	0,064971	0,014719	0
6	3,960895	1,138564	0,316234	0,07969	0,014719	0
7	5,510101	1,549207	0,410642	0,094408	0,014719	0
8	7,579077	2,068976	0,519769	0,109127	0,014719	0
9	10,29167	2,712591	0,643615	0,123846	0,014719	0
10	13,78644	3,49477	0,782179	0,138564	0,014719	0
11	18,21667	4,430232	0,935462	0,153283	0,014719	0
12	23,75037	5,533696	1,103464	0,168002	0,014719	0
13	30,57024	6,819879	1,286184	0,18272	0,014719	0
14	38,87375	8,303502	1,483623	0,197439	0,014719	0
15	48,87303	9,999282	1,69578	0,212157	0,014719	0
16	60,79497	11,92194	1,922656	0,226876	0,014719	0
17	74,88116	14,08619	2,164251	0,241595	0,014719	0

Tab.č. 40 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = 2^k$							
predikce 5.řádu z kroku 4							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
4	2	0,585786	0,171573	0,050253	0,014719	-0,14214	0
5	2,680195	0,680195	0,094408	-0,07716	-0,12742	-0,14214	0
6	3,108081	0,427886	-0,25231	-0,34672	-0,26955	-0,14214	0
7	2,525253	-0,58283	-1,01071	-0,75841	-0,41169	-0,14214	0
8	-0,38052	-2,90577	-2,32294	-1,31223	-0,55382	-0,14214	0
9	-7,61742	-7,2369	-4,33113	-2,00819	-0,69596	-0,14214	0
10	-22,0317	-14,4143	-7,17742	-2,84628	-0,8381	-0,14214	0
11	-47,45	-25,4182	-11,0039	-3,82651	-0,98023	-0,14214	0
12	-88,821	-41,3711	-15,9528	-4,94888	-1,12237	-0,14214	0
13	-152,358	-63,5373	-22,1662	-6,21338	-1,2645	-0,14214	0
14	-245,682	-93,3235	-29,7862	-7,62002	-1,40664	-0,14214	0
15	-377,96	-132,278	-38,955	-9,16879	-1,54877	-0,14214	0
16	-560,053	-182,093	-49,8147	-10,8597	-1,69091	-0,14214	0
17	-804,654	-244,601	-62,5075	-12,6927	-1,83304	-0,14214	0

Tab.č. 41 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = 2^k$								
predikce 6.řádu z kroku 4								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
4	2	0,585786	0,171573	0,050253	0,014719	-0,14214	-0,627416998	0
5	2,052778	0,052778	-0,53301	-0,70458	-0,75483	-0,76955	-0,627416998	0
6	-1,28384	-3,33662	-3,38939	-2,85639	-2,1518	-1,39697	-0,627416998	0
7	-15,0424	-13,7586	-10,422	-7,03258	-4,17619	-2,02439	-0,627416998	0
8	-53,0835	-38,0411	-24,2825	-13,8606	-6,82799	-2,6518	-0,627416998	0
9	-139,375	-86,2914	-48,2503	-23,9678	-10,1072	-3,27922	-0,627416998	0
10	-311,898	-172,523	-86,232	-37,9816	-14,0139	-3,90664	-0,627416998	0
11	-627,183	-315,285	-142,761	-56,5295	-18,5479	-4,53405	-0,627416998	0
12	-1165,47	-538,285	-223	-80,2389	-23,7094	-5,16147	-0,627416998	0
13	-2036,49	-871,023	-332,738	-109,737	-29,4983	-5,78889	-0,627416998	0
14	-3385,9	-1349,41	-478,389	-145,652	-35,9146	-6,41631	-0,627416998	0
15	-5402,32	-2016,41	-666,999	-188,61	-42,9583	-7,04372	-0,627416998	0
16	-8324,97	-2922,65	-906,239	-239,239	-50,6294	-7,67114	-0,627416998	0
17	-12452	-4127,06	-1204,41	-298,167	-58,928	-8,29856	-0,627416998	0

Tab.č.42 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = 2^k$			
predikce 1.řádu z kroku 8			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
8	8	2,343146	0
9	10,34315	2,343146	0
10	12,68629	2,343146	0
11	15,02944	2,343146	0
12	17,37258	2,343146	0
13	19,71573	2,343146	0
14	22,05887	2,343146	0
15	24,40202	2,343146	0
16	26,74517	2,343146	0
17	29,08831	2,343146	0
18	31,43146	2,343146	0
19	33,7746	2,343146	0
20	36,11775	2,343146	0
21	38,46089	2,343146	0

Tab.č. 43 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = 2^k$				
predikce 2.řádu z kroku 8				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
8	8	2,343146	0,686292	0
9	11,02944	3,029437	0,686292	0
10	14,74517	3,715729	0,686292	0
11	19,14719	4,40202	0,686292	0
12	24,2355	5,088312	0,686292	0
13	30,0101	5,774603	0,686292	0
14	36,471	6,460895	0,686292	0
15	43,61818	7,147186	0,686292	0
16	51,45166	7,833478	0,686292	0
17	59,97143	8,519769	0,686292	0
18	69,17749	9,206061	0,686292	0
19	79,06984	9,892352	0,686292	0
20	89,64849	10,57864	0,686292	0
21	100,9134	11,26494	0,686292	0

Tab.č. 44 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = 2^k$					
predikce 3.řádu z kroku 8					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
8	8	2,343146	0,686292	0,20101	0
9	11,23045	3,230447	0,887302	0,20101	0
10	15,54921	4,318759	1,088312	0,20101	0
11	21,15729	5,608081	1,289322	0,20101	0
12	28,2557	7,098413	1,490332	0,20101	0
13	37,04546	8,789755	1,691342	0,20101	0
14	47,72756	10,68211	1,892352	0,20101	0
15	60,50303	12,77547	2,093362	0,20101	0
16	75,57288	15,06984	2,294373	0,20101	0
17	93,1381	17,56522	2,495383	0,20101	0
18	113,3997	20,26162	2,696393	0,20101	0
19	136,5587	23,15902	2,897403	0,20101	0
20	162,8162	26,25743	3,098413	0,20101	0
21	192,373	29,55686	3,299423	0,20101	0

Tab.č.45 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = 2^k$						
predikce 4.řádu z kroku 8						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
8	8	2,343146	0,686292	0,20101	0,058875	0
9	11,28932	3,289322	0,946176	0,259885	0,058875	0
10	15,84358	4,554257	1,264935	0,318759	0,058875	0
11	22,04041	6,196826	1,642569	0,377634	0,058875	0
12	30,31631	8,275903	2,079077	0,436508	0,058875	0
13	41,16667	10,85036	2,57446	0,495383	0,058875	0
14	55,14575	13,97908	3,128717	0,554257	0,058875	0
15	72,86668	17,72093	3,741848	0,613132	0,058875	0
16	95,00146	22,13478	4,413855	0,672006	0,058875	0
17	122,281	27,27952	5,144735	0,730881	0,058875	0
18	155,495	33,21401	5,93449	0,789755	0,058875	0
19	195,4921	39,99713	6,78312	0,84863	0,058875	0
20	243,1799	47,68775	7,690624	0,907504	0,058875	0
21	299,5246	56,34476	8,657003	0,966379	0,058875	0

Tab.č. 46 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = 2^k$							
predikce 5.řádu z kroku 8							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
8	8	2,343146	0,686292	0,20101	0,058875	0,017244	0
9	11,30657	3,306566	0,96342	0,277129	0,076118	0,017244	0
10	15,94704	4,640477	1,333911	0,370491	0,093362	0,017244	0
11	22,40253	6,455485	1,815008	0,481097	0,110606	0,017244	0
12	31,28197	8,879441	2,423956	0,608948	0,12785	0,017244	0
13	43,33941	12,05744	3,177998	0,754042	0,145094	0,017244	0
14	59,49122	16,15182	4,094378	0,91638	0,162338	0,017244	0
15	80,83338	21,34216	5,19034	1,095962	0,179582	0,017244	0
16	108,6587	27,82528	6,483128	1,292788	0,196826	0,017244	0
17	144,4739	35,81527	7,989986	1,506858	0,21407	0,017244	0
18	190,0174	45,54343	9,728158	1,738172	0,231314	0,017244	0
19	247,2757	57,25832	11,71489	1,98673	0,248558	0,017244	0
20	318,5014	71,22573	13,96742	2,252532	0,265802	0,017244	0
21	406,2301	87,72873	16,503	2,535577	0,283046	0,017244	0

Tab.č. 47 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = 2^k$								
predikce 6.řádu z kroku 8								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
8	8	2,343146	0,686292	0,20101	0,058875	0,017244	0,005050634	0
9	11,31162	3,311616	0,968471	0,282179	0,081169	0,022295	0,005050634	0
10	15,9824	4,670781	1,359164	0,390693	0,108514	0,027345	0,005050634	0
11	22,54395	6,561548	1,890768	0,531604	0,14091	0,032396	0,005050634	0
12	31,70622	9,162277	2,600728	0,70996	0,178357	0,037446	0,005050634	0
13	44,40004	12,69382	3,531542	0,930814	0,220854	0,042497	0,005050634	0
14	61,82462	17,42458	4,730757	1,199215	0,268401	0,047548	0,005050634	0
15	85,50017	23,67555	6,250973	1,520215	0,321	0,052598	0,005050634	0
16	117,3256	31,82539	8,149837	1,898864	0,378649	0,057649	0,005050634	0
17	159,641	42,31544	10,49005	2,340213	0,441349	0,0627	0,005050634	0
18	215,2958	55,6548	13,33936	2,849311	0,509099	0,06775	0,005050634	0
19	287,7212	72,42537	16,77057	3,431211	0,5819	0,072801	0,005050634	0
20	381,0081	93,2869	20,86153	4,090962	0,659751	0,077852	0,005050634	0
21	499,9901	118,9821	25,69515	4,833616	0,742653	0,082902	0,005050634	0

Tab.č. 48 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = 2^k$			
predikce 1.řádu z kroku 11			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
4	22,62742	6,627417	0
5	29,25483	6,627417	0
6	35,88225	6,627417	0
7	42,50967	6,627417	0
8	49,13708	6,627417	0
9	55,7645	6,627417	0
10	62,39192	6,627417	0
11	69,01934	6,627417	0
12	75,64675	6,627417	0
13	82,27417	6,627417	0
14	88,90159	6,627417	0
15	95,529	6,627417	0
16	102,1564	6,627417	0
17	108,7838	6,627417	0

Tab.č. 49 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = 2^k$				
predikce 2.řádu z kroku 11				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
4	22,62742	6,627417	1,941125	0
5	31,19596	8,568542	1,941125	0
6	41,70563	10,50967	1,941125	0
7	54,15642	12,45079	1,941125	0
8	68,54834	14,39192	1,941125	0
9	84,88138	16,33304	1,941125	0
10	103,1556	18,27417	1,941125	0
11	123,3708	20,2153	1,941125	0
12	145,5273	22,15642	1,941125	0
13	169,6248	24,09755	1,941125	0
14	195,6635	26,03867	1,941125	0
15	223,6433	27,9798	1,941125	0
16	253,5642	29,92092	1,941125	0
17	285,4263	31,86205	1,941125	0

Tab.č. 50 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = 2^k$					
predikce 3.řádu z kroku 11					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
4	22,62742	6,627417	1,941125	0,568542	0
5	31,7645	9,137085	2,509668	0,568542	0
6	43,9798	12,2153	3,07821	0,568542	0
7	59,84185	15,86205	3,646753	0,568542	0
8	79,91919	20,07734	4,215295	0,568542	0
9	104,7804	24,86118	4,783838	0,568542	0
10	134,9939	30,21356	5,35238	0,568542	0
11	171,1284	36,13449	5,920923	0,568542	0
12	213,7524	42,62395	6,489465	0,568542	0
13	263,4343	49,68196	7,058008	0,568542	0
14	320,7428	57,30851	7,62655	0,568542	0
15	386,2464	65,5036	8,195093	0,568542	0
16	460,5137	74,26724	8,763635	0,568542	0
17	544,1131	83,59942	9,332178	0,568542	0

Tab.č. 51 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = 2^k$						
predikce 4.řádu z kroku 11						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
4	22,62742	6,627417	1,941125	0,568542	0,166522	0
5	31,93102	9,303607	2,67619	0,735065	0,166522	0
6	44,81241	12,88138	3,577777	0,901587	0,166522	0
7	62,33968	17,52727	4,645886	1,068109	0,166522	0
8	85,74747	23,40779	5,880518	1,234631	0,166522	0
9	116,4369	30,68946	7,281672	1,401154	0,166522	0
10	155,9757	39,53881	8,849348	1,567676	0,166522	0
11	206,0981	50,12235	10,58355	1,734198	0,166522	0
12	268,7047	62,60662	12,48427	1,90072	0,166522	0
13	345,8628	77,15813	14,55151	2,067243	0,166522	0
14	439,8062	93,9434	16,78527	2,233765	0,166522	0
15	552,9352	113,129	19,18556	2,400287	0,166522	0
16	687,8165	134,8813	21,75237	2,566809	0,166522	0
17	847,1836	159,367	24,4857	2,733332	0,166522	0

Tab.č. 52 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = 2^k$							
predikce 5.řádu z kroku 11							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
4	22,62742	6,627417	1,941125	0,568542	0,166522	0,048773	0
5	31,9798	9,35238	2,724963	0,783838	0,215295	0,048773	0
6	45,10505	13,12525	3,77287	1,047907	0,264069	0,048773	0
7	63,36392	18,25887	5,133619	1,360749	0,312842	0,048773	0
8	88,47877	25,11485	6,855983	1,722364	0,361615	0,048773	0
9	122,5824	34,10359	8,988735	2,132752	0,410388	0,048773	0
10	168,2666	45,68424	11,58065	2,591914	0,459162	0,048773	0
11	228,6313	60,36473	14,6805	3,099849	0,507935	0,048773	0
12	307,3331	78,70179	18,33705	3,656557	0,556708	0,048773	0
13	408,634	101,3009	22,59909	4,262038	0,605481	0,048773	0
14	537,4503	128,8163	27,51539	4,916293	0,654255	0,048773	0
15	699,4012	161,951	33,13471	5,619321	0,703028	0,048773	0
16	900,858	201,4568	39,50583	6,371122	0,751801	0,048773	0
17	1148,992	248,1343	46,67752	7,171696	0,800574	0,048773	0

Tab.č. 53 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = 2^k$								
predikce 6.řádu z kroku 11								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
4	22,62742	6,627417	1,941125	0,568542	0,166522	0,048773	0,01428535	0
5	31,99408	9,366666	2,739249	0,798123	0,229581	0,063059	0,01428535	0
6	45,20505	13,21096	3,844297	1,105048	0,306925	0,077344	0,01428535	0
7	63,76391	18,55886	5,347899	1,503602	0,398554	0,091629	0,01428535	0
8	89,67874	25,91483	7,35597	2,008071	0,504469	0,105915	0,01428535	0
9	125,5823	35,90354	9,988709	2,632739	0,624669	0,1202	0,01428535	0
10	174,8664	49,28414	13,3806	3,391893	0,759154	0,134485	0,01428535	0
11	241,831	66,96456	17,68042	4,299818	0,907925	0,148771	0,01428535	0
12	331,8468	90,01578	23,05122	5,370799	1,070981	0,163056	0,01428535	0
13	451,5329	119,6861	29,67034	6,619121	1,248322	0,177341	0,01428535	0
14	608,9484	157,4155	37,72941	8,05907	1,439949	0,191627	0,01428535	0
15	813,7983	204,8499	47,43434	9,704931	1,645861	0,205912	0,01428535	0
16	1077,654	263,8552	59,00533	11,57099	1,866058	0,220197	0,01428535	0
17	1414,186	336,5321	72,67686	13,67153	2,100541	0,234483	0,01428535	0

Tab.č. 54 Exponenciální funkce 1.řádu

Predikce $y = 2^k$			
predikce 1.řádu z kroku 15			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
15	90,50967	26,50967	0
16	117,0193	26,50967	0
17	143,529	26,50967	0
18	170,0387	26,50967	0
19	196,5483	26,50967	0
20	223,058	26,50967	0
21	249,5677	26,50967	0
22	276,0773	26,50967	0
23	302,587	26,50967	0
24	329,0967	26,50967	0
25	355,6063	26,50967	0
26	382,116	26,50967	0
27	408,6257	26,50967	0
28	435,1354	26,50967	0

Tab.č. 55 Exponenciální funkce 2.řádu

Predikce $y = 2^k$				
predikce 2.řádu z kroku 15				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
15	90,50967	26,50967	7,764502	0
16	124,7838	34,27417	7,764502	0
17	166,8225	42,03867	7,764502	0
18	216,6257	49,80317	7,764502	0
19	274,1934	57,56768	7,764502	0
20	339,5255	65,33218	7,764502	0
21	412,6222	73,09668	7,764502	0
22	493,4834	80,86118	7,764502	0
23	582,1091	88,62568	7,764502	0
24	678,4993	96,39019	7,764502	0
25	782,654	104,1547	7,764502	0
26	894,5731	111,9192	7,764502	0
27	1014,257	119,6837	7,764502	0
28	1141,705	127,4482	7,764502	0

Tab.č. 56 Exponenciální funkce 3.řádu

Predikce $y = 2^k$					
predikce 3.řádu z kroku 15					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
15	90,50967	26,50967	7,764502	2,27417	0
16	127,058	36,54834	10,03867	2,27417	0
17	175,9192	48,86118	12,31284	2,27417	0
18	239,3674	63,44819	14,58701	2,27417	0
19	319,6768	80,30938	16,86118	2,27417	0
20	419,1215	99,44473	19,13535	2,27417	0
21	539,9757	120,8542	21,40952	2,27417	0
22	684,5137	144,5379	23,68369	2,27417	0
23	855,0095	170,4958	25,95786	2,27417	0
24	1053,737	198,7278	28,23203	2,27417	0
25	1282,971	229,234	30,5062	2,27417	0
26	1544,986	262,0144	32,78037	2,27417	0
27	1842,055	297,069	35,05454	2,27417	0
28	2176,452	334,3977	37,32871	2,27417	0

Tab.č. 57 Exponenciální funkce 4.řádu

Predikce $y = 2^k$						
predikce 4.řádu z kroku 15						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
15	90,50967	26,50967	7,764502	2,27417	0,666089	0
16	127,7241	37,21443	10,70476	2,940259	0,666089	0
17	179,2496	51,52554	14,31111	3,606348	0,666089	0
18	249,3587	70,10908	18,58355	4,272437	0,666089	0
19	342,9899	93,63116	23,52207	4,938526	0,666089	0
20	465,7477	122,7578	29,12669	5,604615	0,666089	0
21	623,9029	158,1552	35,39739	6,270704	0,666089	0
22	824,3924	200,4894	42,33418	6,936793	0,666089	0
23	1074,819	250,4265	49,93706	7,602882	0,666089	0
24	1383,451	308,6325	58,20604	8,268971	0,666089	0
25	1759,225	375,7736	67,14109	8,93506	0,666089	0
26	2211,741	452,5159	76,74224	9,601149	0,666089	0
27	2751,266	539,5253	87,00948	10,26724	0,666089	0
28	3388,734	637,4681	97,94281	10,93333	0,666089	0

Tab.č. 58 Exponenciální funkce 5.řádu

Predikce $y = 2^k$							
predikce 5.řádu z kroku 15							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
15	90,50967	26,50967	7,764502	2,27417	0,666089	0,195093	0
16	127,9192	37,40952	10,89985	3,135352	0,861182	0,195093	0
17	180,4202	52,501	15,09148	4,191627	1,056275	0,195093	0
18	253,4557	73,03548	20,53448	5,442995	1,251368	0,195093	0
19	353,9151	100,4594	27,42393	6,889455	1,446461	0,195093	0
20	490,3294	136,4143	35,95494	8,531009	1,641554	0,195093	0
21	673,0664	182,7369	46,32259	10,36766	1,836647	0,195093	0
22	914,5253	241,4589	58,72199	12,3994	2,03174	0,195093	0
23	1229,332	314,8071	73,34822	14,62623	2,226832	0,195093	0
24	1634,536	405,2035	90,39637	17,04815	2,421925	0,195093	0
25	2149,801	515,2651	110,0615	19,66517	2,617018	0,195093	0
26	2797,605	647,8039	132,5388	22,47728	2,812111	0,195093	0
27	3603,432	805,8272	158,0233	25,48449	3,007204	0,195093	0
28	4595,969	992,5373	186,7101	28,68678	3,202297	0,195093	0

Tab.č. 59 Exponenciální funkce 6.řádu

Predikce $y = 2^k$								
predikce 6.řádu z kroku 15								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
15	90,50967	26,50967	7,764502	2,27417	0,666089	0,195093	0,057141399	0
16	127,9763	37,46666	10,957	3,192493	0,918323	0,252234	0,057141399	0
17	180,8202	52,84385	15,37719	4,420192	1,227699	0,309376	0,057141399	0
18	255,0556	74,23545	21,3916	6,014409	1,594216	0,366517	0,057141399	0
19	358,715	103,6593	29,42388	8,032283	2,017875	0,423659	0,057141399	0
20	502,3291	143,6142	39,95484	10,53096	2,498675	0,4808	0,057141399	0
21	699,4657	197,1366	53,52241	13,56757	3,036616	0,537941	0,057141399	0
22	967,324	267,8583	70,72168	17,19927	3,631699	0,595083	0,057141399	0
23	1327,387	360,0631	92,20488	21,4832	4,283923	0,652224	0,057141399	0
24	1806,132	478,7445	118,6814	26,47648	4,993288	0,709366	0,057141399	0
25	2435,794	629,6621	150,9176	32,23628	5,759795	0,766507	0,057141399	0
26	3255,193	819,3995	189,7374	38,81972	6,583444	0,823648	0,057141399	0
27	4310,614	1055,421	236,0213	46,28396	7,464233	0,88079	0,057141399	0
28	5656,742	1346,128	290,7074	54,68612	8,402165	0,937931	0,057141399	0

Tab.č. 60 Funkce $y = \sin(x)$

Funkce $y = \sin(x)$										
ADAPTACE										
krok -k	i	$y = \sin(x)$	$y(a)$	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452	0,017452
2	2	0,034899	0,034899	0,017447	-5,3E-06	-0,01746	-0,03491	-0,05236	-0,06981	-0,08727
3	3	0,052336	0,052336	0,017436	-1,1E-05	-5,3E-06	0,017452	0,052363	0,104725	0,17454
4	4	0,069756	0,069756	0,017421	-1,6E-05	-5,3E-06	3,24E-09	-0,01745	-0,06981	-0,17454
5	5	0,087156	0,087156	0,017399	-2,1E-05	-5,3E-06	4,86E-09	1,62E-09	0,017452	0,087267
6	6	0,104528	0,104528	0,017373	-2,7E-05	-5,3E-06	6,47E-09	1,62E-09	-1,5E-12	-0,01745
7	7	0,121869	0,121869	0,017341	-3,2E-05	-5,3E-06	8,09E-09	1,61E-09	-2E-12	-4,9E-13
8	8	0,139173	0,139173	0,017304	-3,7E-05	-5,3E-06	9,7E-09	1,61E-09	-2,5E-12	-4,9E-13
9	9	0,156434	0,156434	0,017261	-4,2E-05	-5,3E-06	1,13E-08	1,61E-09	-3E-12	-4,9E-13
10	10	0,173648	0,173648	0,017214	-4,8E-05	-5,3E-06	1,29E-08	1,61E-09	-3,4E-12	-4,9E-13
11	11	0,190809	0,190809	0,017161	-5,3E-05	-5,2E-06	1,45E-08	1,6E-09	-3,9E-12	-4,9E-13
12	12	0,207912	0,207912	0,017103	-5,8E-05	-5,2E-06	1,61E-08	1,6E-09	-4,4E-12	-4,9E-13
13	13	0,224951	0,224951	0,017039	-6,3E-05	-5,2E-06	1,77E-08	1,59E-09	-4,9E-12	-4,9E-13
14	14	0,241922	0,241922	0,016971	-6,9E-05	-5,2E-06	1,93E-08	1,59E-09	-5,4E-12	-4,9E-13
15	15	0,258819	0,258819	0,016897	-7,4E-05	-5,2E-06	2,09E-08	1,58E-09	-5,9E-12	-4,8E-13

Tab.č. 61 Sin(x) 1.řádu

Funkce $y = \sin(x)$			
predikce 1.řádu z kroku 85			
krok	y(p)	dif 1	dif 2
85	0,996194698	0,001672803	0
86	0,997867501	0,001672803	0
87	0,999540304	0,001672803	0
88	1,001213106	0,001672803	0
89	1,002885909	0,001672803	0
90	1,004558712	0,001672803	0
91	1,006231514	0,001672803	0
92	1,007904317	0,001672803	0
93	1,00957712	0,001672803	0
94	1,011249923	0,001672803	0
95	1,012922725	0,001672803	0
96	1,014595528	0,001672803	0
97	1,016268331	0,001672803	0
98	1,017941133	0,001672803	0
99	1,019613936	0,001672803	0
100	1,021286739	0,001672803	0

Tab.č. 62 Sin(x) 2.řádu

Funkce $y = \sin(x)$				
predikce 2.řádu z kroku 85				
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3
85	0,996195	0,001672803	-0,000302941	0
86	0,997565	0,001369862	-0,000302941	0
87	0,998631	0,001066921	-0,000302941	0
88	0,999395	0,00076398	-0,000302941	0
89	0,999856	0,000461039	-0,000302941	0
90	1,000015	0,000158098	-0,000302941	0
91	0,99987	-0,000144843	-0,000302941	0
92	0,999422	-0,000447784	-0,000302941	0
93	0,998671	-0,000750725	-0,000302941	0
94	0,997618	-0,001053666	-0,000302941	0
95	0,996261	-0,001356607	-0,000302941	0
96	0,994601	-0,001659548	-0,000302941	0
97	0,992639	-0,001962489	-0,000302941	0
98	0,990374	-0,00226543	-0,000302941	0
99	0,987805	-0,002568371	-0,000302941	0
100	0,984934	-0,002871312	-0,000302941	0

Tab.č. 63 Sin(x) 3.řádu

Funkce $y = \sin(x)$					
predikce 3.řádu z kroku 85					
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
85	0,996195	0,001673	0,000302941	-6,01831E-07	0
86	0,997564	0,001369	0,000303543	-6,01831E-07	0
87	0,998629	0,001065	0,000304145	-6,01831E-07	0
88	0,999389	0,00076	0,000304746	-6,01831E-07	0
89	0,999844	0,000455	0,000305348	-6,01831E-07	0
90	0,999994	0,000149	-0,00030595	-6,01831E-07	0
91	0,999836	-0,00016	0,000306552	-6,01831E-07	0
92	0,999371	-0,00046	0,000307154	-6,01831E-07	0
93	0,998599	-0,00077	0,000307756	-6,01831E-07	0
94	0,997518	-0,00108	0,000308357	-6,01831E-07	0
95	0,996129	-0,00139	0,000308959	-6,01831E-07	0
96	0,994429	-0,0017	0,000309561	-6,01831E-07	0
97	0,99242	-0,00201	0,000310163	-6,01831E-07	0
98	0,9901	-0,00232	0,000310765	-6,01831E-07	0
99	0,987468	-0,00263	0,000311367	-6,01831E-07	0
100	0,984525	-0,00294	0,000311968	-6,01831E-07	0

Tab.č. 64 Sin(x) 4.řádu

Funkce $y = \sin(x)$						
predikce 4.řádu z kroku 85						
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5
85	0,996195	0,001673	0,000302941	-6,01831E-07	9,20954E-08	0
86	0,997564	0,001369	0,000303451	-5,09735E-07	9,20954E-08	0
87	0,99863	0,001065	0,000303868	-4,1764E-07	9,20954E-08	0
88	0,999391	0,000761	0,000304194	-3,25544E-07	9,20954E-08	0
89	0,999848	0,000457	0,000304427	-2,33449E-07	9,20954E-08	0
90	1	0,000152	0,000304569	-1,41353E-07	9,20954E-08	0
91	0,999848	-0,00015	0,000304618	-4,9258E-08	9,20954E-08	0
92	0,999391	-0,00046	0,000304575	4,28374E-08	9,20954E-08	0
93	0,998629	-0,00076	-0,00030444	1,34933E-07	9,20954E-08	0
94	0,997564	-0,00107	0,000304213	2,27028E-07	9,20954E-08	0
95	0,996194	-0,00137	0,000303894	3,19124E-07	9,20954E-08	0
96	0,994521	-0,00167	0,000303483	4,11219E-07	9,20954E-08	0
97	0,992546	-0,00198	-0,00030298	5,03315E-07	9,20954E-08	0
98	0,990267	-0,00228	0,000302384	5,9541E-07	9,20954E-08	0
99	0,987687	-0,00258	0,000301697	6,87505E-07	9,20954E-08	0
100	0,984806	-0,00288	0,000300917	7,79601E-07	9,20954E-08	0

Tab.č. 65 Sin(x) 5.řádu

Funkce $y = \sin(x)$							
predikce 5.řádu z kroku 85							
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6
85	0,996195	0,001673	-0,0003	-6E-07	9,20954E-08	2,11376E-10	0
86	0,997564	0,001369	-0,0003	-5,1E-07	9,23068E-08	2,11376E-10	0
87	0,99863	0,001065	-0,0003	-4,2E-07	9,25182E-08	2,11376E-10	0
88	0,999391	0,000761	-0,0003	-3,2E-07	9,27296E-08	2,11376E-10	0
89	0,999848	0,000457	-0,0003	-2,3E-07	9,29409E-08	2,11376E-10	0
90	1	0,000152	-0,0003	-1,4E-07	9,31523E-08	2,11376E-10	0
91	0,999848	-0,00015	-0,0003	-4,5E-08	9,33637E-08	2,11376E-10	0
92	0,999391	-0,00046	-0,0003	4,88E-08	9,35751E-08	2,11376E-10	0
93	0,99863	-0,00076	-0,0003	1,43E-07	9,37864E-08	2,11376E-10	0
94	0,997564	-0,00107	-0,0003	2,37E-07	9,39978E-08	2,11376E-10	0
95	0,996195	-0,00137	-0,0003	3,31E-07	9,42092E-08	2,11376E-10	0
96	0,994522	-0,00167	-0,0003	4,25E-07	9,44206E-08	2,11376E-10	0
97	0,992546	-0,00198	-0,0003	5,2E-07	9,4632E-08	2,11376E-10	0
98	0,990269	-0,00228	-0,0003	6,15E-07	9,48433E-08	2,11376E-10	0
99	0,987689	-0,00258	-0,0003	7,1E-07	9,50547E-08	2,11376E-10	0
100	0,984809	-0,00288	-0,0003	8,05E-07	9,52661E-08	2,11376E-10	0

Tab.č. 66 Sin(x) 6.řádu

Funkce $y = \sin(x)$								
predikce 6.řádu z kroku 85								
krok	y(p)	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4	dif 5	dif 6	dif 7
85	0,996195	0,001673	-0,0003	-6E-07	9,21E-08	2,11376E-10	-2,79893E-11	0
86	0,997564	0,001369	-0,0003	-5,1E-07	9,23E-08	1,83387E-10	-2,79893E-11	0
87	0,99863	0,001065	-0,0003	-4,2E-07	9,24E-08	1,55398E-10	-2,79893E-11	0
88	0,999391	0,000761	-0,0003	-3,2E-07	9,26E-08	1,27408E-10	-2,79893E-11	0
89	0,999848	0,000457	-0,0003	-2,3E-07	9,27E-08	9,9419E-11	-2,79893E-11	0
90	1	0,000152	-0,0003	-1,4E-07	9,27E-08	7,14298E-11	-2,79893E-11	0
91	0,999848	-0,00015	-0,0003	-4,6E-08	9,28E-08	4,34405E-11	-2,79893E-11	0
92	0,999391	-0,00046	-0,0003	4,64E-08	9,28E-08	1,54512E-11	-2,79893E-11	0
93	0,99863	-0,00076	-0,0003	1,39E-07	9,28E-08	-1,25381E-11	-2,79893E-11	0
94	0,997564	-0,00107	-0,0003	2,32E-07	9,27E-08	-4,05274E-11	-2,79893E-11	0
95	0,996195	-0,00137	-0,0003	3,25E-07	9,27E-08	-6,85166E-11	-2,79893E-11	0
96	0,994522	-0,00167	-0,0003	4,17E-07	9,26E-08	-9,65059E-11	-2,79893E-11	0
97	0,992546	-0,00198	-0,0003	5,1E-07	9,24E-08	-1,24495E-10	-2,79893E-11	0
98	0,990268	-0,00228	-0,0003	6,02E-07	9,23E-08	-1,52484E-10	-2,79893E-11	0
99	0,987688	-0,00258	-0,0003	6,94E-07	9,21E-08	-1,80474E-10	-2,79893E-11	0
100	0,984808	-0,00288	-0,0003	7,86E-07	9,19E-08	-2,08463E-10	-2,79893E-11	0

